Guía de actividad Independiente No 4

CAT – Caucasia	**ÁLGEBRA LINEAL**	**TUTOR:**	Deivis Galván Cabrera
	Nombre del estudiante:		**Fecha:**

MATRIZ INVERSA	**Propiedades**	
$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$	$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$	$(A^{-1})^{-1} = A$
	$(k \cdot A)^{-1} = k^{-1} \cdot A^{-1}$	$(A^{t})^{-1} = (A^{-1})^{t}$

CÁLCULO POR EL MÉTODO DE LA ADJUNTA DE LA MATRIZ

ADJUNTO DE UNA MATRIZ

Consideremos una matriz n-cuadrada $A = (a_{ij})$ sobre un cuerpo K. El adjunto de A, denotado por adj A, es la traspuesta de la matriz de cofactores de A:

$$\text{adj } A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

Ejemplo:

$$\text{Sea } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Los cofactores de los nueve elementos de A son:

$$A_{11} = +\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -17 \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 4 \quad A_{13} = +\begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 6$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = -11 \quad A_{22} = +\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 7 \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

$$A_{31} = +\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2 \quad A_{33} = +\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} = -3$$

La traspuesta de la matriz de los cofactores anteriores proporciona el adjunto de A:

$$\text{adj } A = \begin{pmatrix} -17 & -11 & 1 \\ 4 & 7 & -2 \\ 6 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

· *Aplicación del adjunto para hallar la matriz inversa*

Para toda matriz cuadrada A,

$A \cdot (\text{adj } A) = (\text{adj } A) \cdot A = |A| I$

De este modo, si $|A|\ ^{1}\ 0$,

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}(\text{adj } A)$$

CÁLCULO POR EL MÉTODO DE GAUSS

Ejemplo:

Consideremos la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \text{ adj } A = \begin{pmatrix} -17 & -11 & 1 \\ 4 & 7 & -2 \\ 6 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

y el det A:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -15 + 8 + 0 - 6 - 0 - 2 = -15 \neq 0.$$

Así pues, aplicando la propiedad anterior:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}(\text{adj } A), \text{ obtendremos:}$$

$$A^{-1} = -1/15 \begin{pmatrix} -17 & -11 & 1 \\ 4 & 7 & -2 \\ 6 & 3 & -3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio:

Calcular, por la propiedad anterior, la inversa de las siguientes matrices:

a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$F_2 - F_3$