

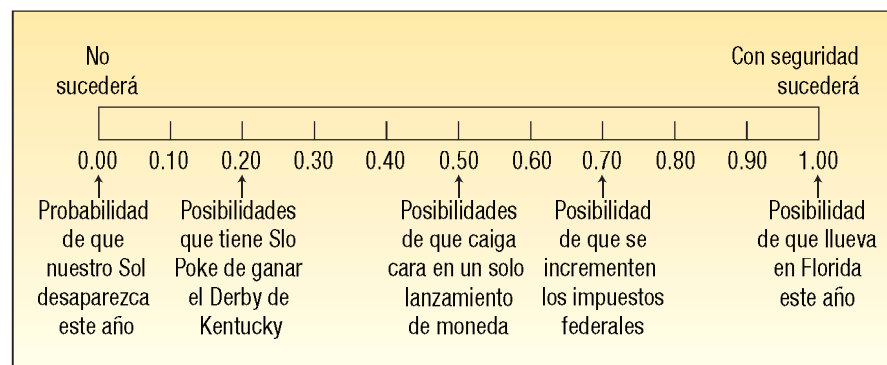
## ¿Qué es la probabilidad?

Sin duda usted se encuentra familiarizado con términos como *probabilidad*, *azar* y *posibilidad*. Con frecuencia se les emplea de manera indistinta. El meteorólogo anuncia que hay 70% de probabilidad de lluvia para el domingo del Súper Tazón. Con base en una encuesta de consumidores que degustaron un pepinillo recién elaborado con sabor a plátano, la probabilidad de que sea un éxito financiero si se le comercializa es de 0.03. (Esto significa que la probabilidad de que el pepinillo sabor a plátano sea aceptado por el público es muy remota.) ¿Qué es la probabilidad? En general es un número que describe la posibilidad de que algo suceda.

**PROBABILIDAD** Valor entre cero y uno, inclusive, que describe la posibilidad relativa (oportunidad o casualidad) de que ocurra un evento.

Es común que una probabilidad sea expresada en forma decimal, como 0.70, 0.27 o 0.50. No obstante, también se da en forma de fracción, como  $7/10$ ,  $27/100$  o  $1/2$ . Se puede suponer cualquier número de 0 a 1, inclusive. Si una compañía sólo tiene cinco regiones de ventas, y el nombre o número de cada región se escribe en un trozo de papel, que se coloca en un sombrero, la probabilidad de seleccionar una de las cinco regiones es de 1. La probabilidad de sacar del sombrero un trozo de papel rotulado con Pittsburgh Steelers es 0. Por consiguiente, la probabilidad de 1 representa algo que seguramente sucederá, y la probabilidad de 0 representa algo que no sucederá.

Cuanto más próxima se encuentre una probabilidad a 0, más improbable es que el evento suceda. Cuanto más próxima se encuentre la probabilidad a 1, más seguro es que suceda. El siguiente diagrama muestra la relación e incluye algunas conjeturas personales. Sin embargo, usted podría seleccionar una probabilidad distinta de que Slo Poke gane el Derby de Kentucky o de que se incrementen los impuestos federales.



En el estudio de la probabilidad se utilizan tres palabras clave: **experimento**, **resultado** y **evento**. Dichos términos son empleados en el lenguaje de la vida cotidiana, pero en estadística adquieren significados específicos.

**EXPERIMENTO** Proceso que induce a que ocurra una y sólo una de varias posibles observaciones.

Esta definición es más general que la empleada en las ciencias físicas, en las que es imaginable a alguien que manipula tubos de ensayo o microscopios. Respecto de la probabilidad, un experimento tiene dos o más posibles resultados y no se sabe cuál ocurrirá.



**RESULTADO** Un resultado particular de un experimento.

Por ejemplo, el lanzamiento de una moneda constituye un experimento. Usted puede observar el lanzamiento de una moneda, pero no está seguro si caerán *caras* o *cruces*. De manera similar, preguntar a 500 estudiantes universitarios si comprarían un nuevo sistema de cómputo Dell a cierto precio, constituye un experimento. Si se lanza una moneda, un resultado particular es *cara*. El otro posible resultado es *cruz*. En el experimento de la compra de la computadora, un posible resultado es que a 273 estudiantes indiquen que les gustaría comprar la computadora. Otro es que 317 estudiantes la compren. Todavía hay otro resultado, que 432 estudiantes indiquen que la comprarían. Cuando se observan uno o más resultados en los experimentos, constituyen un evento.

**EVENTO** Conjunto de uno o más resultados de un experimento.

En la siguiente figura se presentan ejemplos para aclarar las definiciones de los términos *experimento*, *resultado* y *evento*.

En el caso del experimento del lanzamiento de un dado, hay seis posibles resultados, pero existen varios posibles eventos. Cuando se cuenta el número de miembros de la junta directiva de las compañías *Fortune 500* que tienen más de 60 años de edad, el número posible de resultados varía de cero al total de miembros. Hay un número aún mayor de eventos posibles en este experimento.

		
Experimento	Lanzamiento de un dado	Listado del número de miembros de la junta directiva de las compañías Fortune 500, mayores de 60 años
Todos los posibles resultados	Se observa un 1 Se observa un 2 Se observa un 3 Se observa un 4 Se observa un 5 Se observa un 6	Ninguno tiene más de 60 Uno tiene más de 60 Dos tienen más de 60 ... 29 tienen más de 60 ... ... 48 tienen más de 60 ...
Algunos posibles eventos	Se observa un número par Se observa un número mayor que 4 Se observa un 3 o un número menor	Más de 13 tienen más de 60 Menos de 20 tienen más de 60

**Autoevaluación 5.1**



- Video Games, Inc. recién creó un nuevo videojuego. Ochenta jugadores veteranos van a probar su facilidad de operabilidad.
- ¿En qué consiste el experimento?
  - ¿Cuál es uno de los posibles resultados?
  - Suponga que 65 jugadores intentaron jugar el nuevo juego y dicen que les gustó. ¿Es 65 una probabilidad?
  - La probabilidad de que el nuevo juego sea un éxito es de  $-1.0$ . Haga comentarios al respecto.
  - Especifique un posible evento.

## Enfoques para asignar probabilidades

Conviene analizar dos perspectivas para asignar probabilidades: los enfoques *objetivo* y *subjetivo*. La **probabilidad objetiva** se subdivide en a) *probabilidad clásica* y b) *probabilidad empírica*.

### Probabilidad clásica

La **probabilidad clásica** parte del supuesto de que los resultados de un experimento son *igualmente posibles*. De acuerdo con el punto de vista clásico, la probabilidad de un evento que se está llevando a cabo se calcula dividiendo el número de resultados favorables entre el número de posibles resultados:







$$\text{PROBABILIDAD CLÁSICA} \quad \text{Probabilidad de un evento} = \frac{\text{Número de resultados favorables}}{\text{Número total de posibles resultados}} \quad [5.1]$$

#### Ejemplo

Considere el experimento de lanzar un dado. ¿Cuál es la probabilidad del evento “cae un número par de puntos”?

#### Solución

Los posibles resultados son:

Un punto		Cuatro puntos	
Dos puntos		Cinco puntos	
Tres puntos		Seis puntos	

Hay tres resultados *favorables* (un dos, un cuatro y un seis) en el conjunto de seis resultados igualmente posibles. Por consiguiente,

$$\begin{aligned} \text{Probabilidad de un número par} &= \frac{3}{6} = \leftarrow \frac{\text{Número de resultados favorables}}{\text{Número total de posibles resultados}} \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

El concepto de conjuntos mutuamente excluyentes se presentó en el estudio de las distribuciones de frecuencias en el capítulo 2. Recordemos que creamos clases de tal manera que un evento particular se incluyera en una sola de las clases y que no hubiera superposición entre clases. Por tanto, sólo uno de varios eventos puede presentarse en cierto momento.

**MUTUAMENTE EXCLUYENTE** El hecho de que un evento se presente significa que ninguno de los demás eventos puede ocurrir al mismo tiempo.

La variable *género* da origen a resultados mutuamente excluyentes: hombre y mujer. Un empleado seleccionado al azar es hombre o mujer, pero no puede tener ambos géneros. Una pieza fabricada es aceptable o no lo es. La pieza no puede ser aceptable e inaceptable al mismo tiempo. En una muestra de piezas fabricadas, el evento de seleccionar una pieza no aceptable y el evento de seleccionar una pieza aceptable son mutuamente excluyentes.

Si un experimento incluye un conjunto de eventos con todo tipo de resultados posible, como los eventos “un número par” y “un número impar” en el experimento del lanzamiento del dado, entonces el conjunto de eventos es **colectivamente exhaustivo**. En el experimento del lanzamiento del dado, cada resultado será o par o impar. Por consiguiente, el conjunto es colectivamente exhaustivo.

**COLECTIVAMENTE EXHAUSTIVO** Por lo menos uno de los eventos debe ocurrir cuando se lleva a cabo un experimento.

Suma de probabilidades = 1

Si el conjunto de eventos es colectivamente exhaustivo y los eventos son mutuamente excluyentes, la suma de las probabilidades es 1. En términos históricos, el enfoque clásico de la probabilidad fue creado y aplicado en los siglos XVII y XVIII a los juegos de azar, como las cartas y los dados. Resulta innecesario llevar a cabo un experimento para determinar la probabilidad de un evento utilizando el enfoque clásico, ya que el número total de resultados se sabe antes de realizar el experimento. Lanzar una moneda tiene dos posibles resultados; el arrojar un dado tiene seis posibles resultados. Por lógica, es posible determinar la probabilidad de sacar una cruz al lanzar una moneda o tres caras al lanzar tres monedas.

El enfoque clásico de la probabilidad también puede aplicarse a la lotería. En Carolina del Sur, uno de los juegos de la Lotería Educativa es Pick 3. Para concursar, una persona compra un billete de lotería y selecciona tres números entre 0 y 9. Una vez a la semana, tres números son seleccionados en forma aleatoria de una máquina que gira tres contenedores, cada uno de los cuales contiene bolas numeradas de 0 a 9. Una forma de ganar consiste en atinar los números, así como el orden de éstos. Dado que hay 1 000 posibles resultados (000 a 999), la probabilidad de ganar con un número de tres dígitos es de 0.001, o 1 en 1 000.

## Probabilidad empírica

La **probabilidad empírica** o **frecuencia relativa** es el segundo tipo de probabilidad. Ésta se basa en el número de veces que ocurre el evento como proporción del número de intentos conocidos.

**PROBABILIDAD EMPÍRICA** La probabilidad de que un evento ocurra representa una fracción de los eventos similares que sucedieron en el pasado.

En términos de una fórmula:

$$\text{Probabilidad empírica} = \frac{\text{Número de veces que el evento ocurre}}{\text{Número total de observaciones}}$$

El enfoque empírico de la probabilidad se basa en la llamada *ley de los grandes números*. La clave para determinar probabilidades de forma empírica consiste en que una mayor cantidad de observaciones proporcionarán un cálculo más preciso de la probabilidad.

**LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS** En una gran cantidad de intentos, la probabilidad empírica de un evento se aproximará a su probabilidad real.

Para explicar la ley de los grandes números, supongamos que lanzamos una moneda común. El resultado de cada lanzamiento es cara o cruz. Si lanza la moneda una sola vez, la probabilidad empírica de las caras es cero o uno. Si lanzamos la moneda una gran cantidad de veces, la probabilidad del resultado de las caras se aproximará a 0.5. La siguiente tabla muestra los resultados de un experimento en el que se lanza una moneda 1, 10, 50, 100, 500, 1 000 y 10 000 veces y, enseguida, se calcula la frecuencia relativa de las caras. Note que conforme incrementamos el número de intentos, la probabilidad empírica de que salga una cara se aproxima a 0.5, que es su valor de acuerdo con el enfoque clásico de la probabilidad.

Número de ensayos	Número de caras	Frecuencia relativa de las caras
1	0	.00
10	3	.30
50	26	.52
100	52	.52
500	236	.472
1 000	494	.494
10 000	5 027	.5027

¿Qué ha demostrado? A partir de la definición clásica de probabilidad, la posibilidad de obtener una cara en un solo lanzamiento de una moneda común es de 0.5. Desde el enfoque empírico de la frecuencia relativa de la probabilidad, la probabilidad del evento se aproxima al mismo valor determinado de acuerdo con la definición clásica de probabilidad.

Este razonamiento permite emplear el enfoque empírico y de la frecuencia relativa para determinar una probabilidad. He aquí algunos ejemplos.

- El semestre anterior 80 estudiantes se registraron para Estadística administrativa 101 en la Scandia University. Doce estudiantes obtuvieron A. Con base en dicha información y de acuerdo con la regla empírica de la probabilidad, la posibilidad calculada de que un estudiante obtenga una A es de 0.15.
- Shaquille O'Neal, jugador de Miami Heat, hizo 353 de 765 intentos de tiro libre durante la temporada 2004-2005 de la NBA. De acuerdo con la regla empírica de la probabilidad, las posibilidades de que haga su siguiente intento de tiro son de 0.461. Reggie Miller, de Indiana Pacers, hizo 250 de 268 intentos. Calculamos que la probabilidad de que haga su próximo tiro libre es de 0.933.

Las compañías de seguros de vida confían en datos similares a los anteriores para determinar la aceptabilidad de un solicitante, así como la prima que se le va a cobrar. Las tablas de mortalidad incluyen una lista de las posibilidades de que una persona de determinada edad fallezca el siguiente un año. Por ejemplo, la probabilidad de que una mujer de 20 años de edad fallezca el siguiente año es del 0.0015.

El concepto empírico se ilustra con el siguiente ejemplo.

### Ejemplo

El 1 de febrero de 2003, el transbordador espacial Columbia explotó. Éste fue el segundo desastre en 113 misiones espaciales de la NASA. Con base en esta información, ¿cuál es la probabilidad de que una futura misión concluya con éxito?

### Solución

Para simplificar, utilice letras o números.  $P$  representa a la probabilidad y, en este caso,  $P(A)$  representa la probabilidad de que una futura misión concluya con éxito.

$$\text{Probabilidad de un vuelo exitoso} = \frac{\text{Número de vuelos exitosos}}{\text{Número total de vuelos}}$$

$$P(A) = \frac{111}{113} = .98$$

Este resultado sirve como aproximación de la probabilidad. En otras palabras, por experiencia, la probabilidad de que una futura misión del transbordador espacial concluya con éxito es de 0.98.

## Probabilidad subjetiva

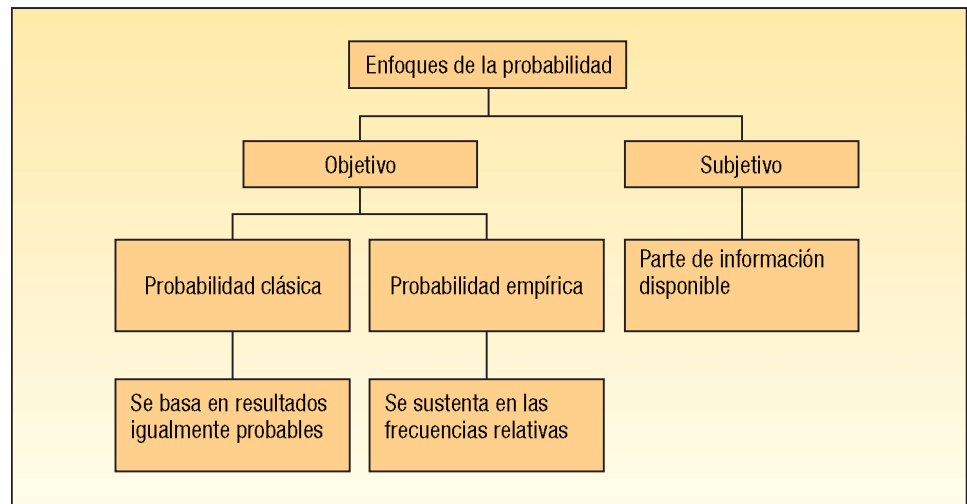
Si se cuenta con poca o ninguna experiencia o información con la cual sustentar la probabilidad, es posible aproximarla en forma subjetiva. En esencia, esto significa que un individuo evalúa las opiniones e información disponibles y enseguida calcula o asigna la probabilidad. Esta probabilidad se denomina adecuadamente **probabilidad subjetiva**.

**CONCEPTO SUBJETIVO DE PROBABILIDAD** Posibilidad (probabilidad) de un evento en particular que asigna un individuo a partir de cualquier información que encuentre disponible.

Algunos ejemplos de probabilidad subjetiva son los siguientes:

1. Calcular la posibilidad de que los Patriots de Nueva Inglaterra jueguen en el Súper Tazón el año que viene.
2. Calcular la posibilidad de que usted contraiga matrimonio antes de los 30 años.
3. Calcular la posibilidad de que el déficit presupuestario de Estados Unidos se reduzca a la mitad en los siguientes 10 años.

En la gráfica 5.1 se resumen los diferentes tipos de probabilidad. Un enunciado probabilístico siempre asigna una posibilidad a un evento que no ha ocurrido aún. Por supuesto, hay un amplio grado de incertidumbre en este tipo de probabilidad, la cual se basa, principalmente, en el conocimiento que posee el individuo del proceso que estudia. Dado el amplio conocimiento que el individuo tiene acerca del lanzamiento de dados, puede establecer que la probabilidad de que aparezca un punto en el lanzamiento de un dado no cargado es de un sexto. Sin embargo, es escasa la experiencia respecto de la aceptación del mercado de un nuevo producto que no ha sido probado. Por ejemplo, aun cuando la directora de investigación de mercado prueba un producto recién creado en 40 tiendas minoristas y establece que existe 70% de posibilidades de que el producto genere ventas por más de un millón de unidades, posee un conocimiento limitado de cómo reaccionarán los consumidores cuando se comercialice en todo el país. En ambos casos (el de la persona que lanza un dado y en el que se prueba un nuevo producto), el individuo asigna un valor probabilístico a un evento de interés, y sólo existe una diferencia, la confianza del pronosticador en la precisión de la aproximación. No obstante, prescindiendo del punto de vista, se aplicarán las mismas leyes de la probabilidad (que se exponen en las siguientes secciones).



GRÁFICA 5.1 Resumen de enfoques de la probabilidad

**Autoevaluación 5.2**



1. Se selecciona al azar una carta de una baraja convencional de 52 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que la carta resulte reina? ¿Qué enfoque de la probabilidad empleó para responder la pregunta?
2. El Center for Child Care publica información sobre 539 niños, así como el estado civil de sus padres. Hay 333 casados, 182 divorciados y 24 viudos. ¿Cuál es la probabilidad de que un niño elegido al azar tenga un padre divorciado? ¿Qué enfoque utilizó?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que el Índice Industrial Dow Jones sea mayor que 12 000 durante los próximos 12 meses? ¿Qué enfoque de la probabilidad utilizó para responder la pregunta?

## Ejercicios

- Hay personas que apoyan la reducción de los impuestos federales con el fin de incrementar los gastos del consumidor, aunque otros están en contra. Se seleccionan dos personas y se registran sus opiniones. Si ninguna está indecisa, elabore una lista de los posibles resultados.
- Un inspector de control de calidad selecciona una pieza para probarla. Enseguida, la pieza se declara aceptable, reparable o chatarra. Entonces se prueba otra pieza. Elabore una lista de los posibles resultados de este experimento relacionado con dos piezas.
- Una encuesta de 34 estudiantes en la Wall College of Business mostró que éstos tienen las siguientes especialidades:

Contabilidad	10
Finanzas	5
Economía	3
Administración	6
Marketing	10

Suponga que elige a un estudiante y observa su especialidad.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante tenga una especialidad en administración?
  - ¿Qué concepto de probabilidad utilizó para hacer este cálculo?
- Una compañía grande que debe contratar un nuevo presidente, prepara una lista final de cinco candidatos, todos los cuales tienen las mismas cualidades. Dos de los candidatos son miembros de un grupo minoritario. Para evitar que el prejuicio influya al momento de elegir al candidato, la compañía decide elegir al presidente por sorteo.
    - ¿Cuál es la probabilidad de que uno de los candidatos que pertenece a un grupo minoritario sea contratado?
    - ¿Qué concepto de probabilidad utilizó para hacer este cálculo?
  - En cada uno de los siguientes casos, indique si se utilizó la probabilidad clásica, empírica o subjetiva.
    - Un jugador de béisbol consigue 30 hits en 100 turnos al bate. La probabilidad de que consiga un hit en su siguiente turno al bate es de 0.3.
    - Un comité de estudiantes con siete miembros se forma para estudiar problemas ambientales. ¿Cuál es la probabilidad de que cualquiera de los siete sea elegido vocero del equipo?
    - Usted compra uno de 5 millones de boletos vendidos por el Lotto Canada. ¿Cuáles son las posibilidades de que gane un millón de dólares?
    - La probabilidad de un terremoto al norte de California en los próximos 10 años es de 0.80.
  - Una empresa promoverá a dos empleados de un grupo de seis hombres y tres mujeres.
    - Elabore una lista de los resultados de este experimento, si existe un interés particular con la igualdad de género.
    - ¿Qué concepto de probabilidad utilizaría para calcular estas probabilidades?
  - Una muestra de 40 ejecutivos de la industria del petróleo se eligió para someter a prueba un cuestionario. Una pregunta relacionada con cuestiones ambientales requería un sí o un no.
    - ¿En qué consiste el experimento?
    - Indique un posible evento.
    - Diez de los 40 ejecutivos respondieron que sí. Con base en estas respuestas de la muestra, ¿cuál es la probabilidad de que un ejecutivo de la industria del petróleo responda que sí?
    - ¿Qué concepto de probabilidad se ilustra?
    - ¿Los posibles resultados tienen la misma probabilidad y son mutuamente excluyentes?
  - Una muestra de 2 000 conductores con licencia reveló la siguiente cantidad de violaciones al límite de velocidad.

Cantidad de violaciones	Cantidad de conductores
0	1 910
1	46
2	18
3	12
4	9
5 o más	5
Total	2 000

- ¿En qué consiste el experimento?
- Indique un posible evento.