

SIMULACIÓN

TEMA 12.- CONCEPTOS BÁSICOS.

- 12.1. Introducción.
- 12.2. Clasificación de sistemas.
- 12.3. Clasificación de modelos.
- 12.4. Modelos de simulación de eventos discretos.
- 12.5. El proyecto de simulación.
- 12.6. Ventajas y desventajas de la simulación.
- 12.7. Aplicaciones empresariales de la simulación.
- 12.8. El Programa de Simulación “ARENA”.

12.1. Introducción.

La simulación digital es una técnica que permite imitar (o simular) en un ordenador el comportamiento de un sistema físico o teórico según ciertas condiciones particulares de operación.

El uso de la simulación como metodología de trabajo es una actividad muy antigua, y podría decirse que inherente al proceso de aprendizaje del ser humano.

Para poder comprender la realidad y toda la complejidad que un sistema puede conllevar, ha sido necesario construir artificialmente objetos y experimentar con ellos dinámicamente antes de interactuar con el sistema real.

La simulación digital puede verse como el equivalente electrónico a este tipo de experimentación.

12.2. Clasificación de sistemas.

Un sistema puede definirse como una colección de objetos o entidades que interactúan entre sí para alcanzar un cierto objetivo.

Estado de un sistema: conjunto mínimo de variables necesarias para caracterizar o describir todos aquellos aspectos de interés del sistema en un cierto instante de tiempo. A estas variables las denominaremos *variables de estado*.

Atendiendo a la relación entre la evolución de las propiedades de interés y la variable independiente tiempo, los sistemas se clasifican en:

.

- **Sistemas Continuos:** Las variables del estado del sistema evolucionan de modo continuo a lo largo del tiempo.

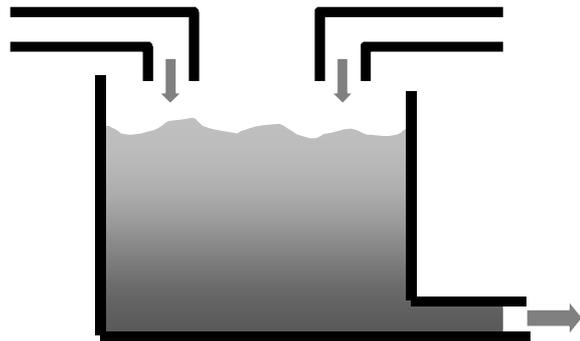


Figura 12.1. Ejemplo de sistema continuo.

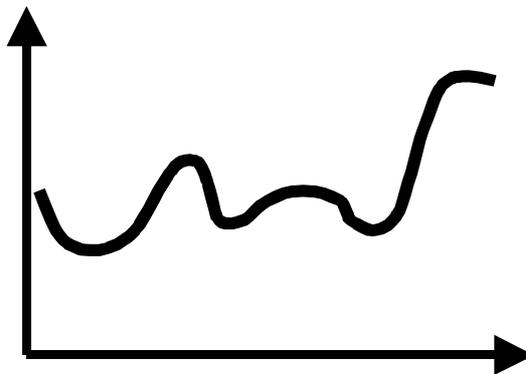


Figura 12.2. Evolución de una variable de un sistema continuo.

- **Sistemas Discretos.** Se caracterizan porque las propiedades de interés del sistema cambian únicamente en un cierto instante o secuencia de instantes, y permanecen constantes el resto del tiempo. La secuencia de instantes en los cuales el estado del sistema puede presentar un cambio, obedece normalmente a un patrón periódico (figura 12.3).

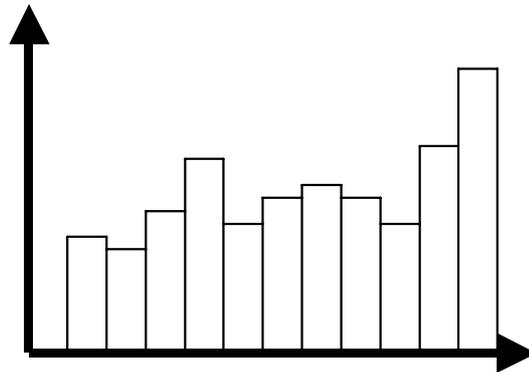


Figura 12.3. Evolución de una variable de un sistema discreto.

- **Sistemas orientados a eventos discretos.** Al igual que los sistemas discretos, se caracterizan porque las propiedades de interés del sistema cambian únicamente en una secuencia de instantes de tiempo permaneciendo constantes el resto del tiempo. La secuencia de instantes en los cuales el estado del sistema puede presentar un cambio, obedece a un patrón aleatorio (figura 12.4).

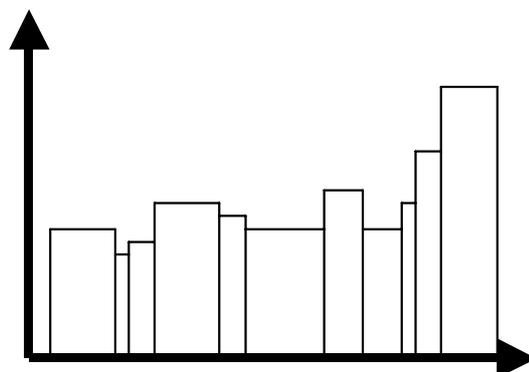


Figura 12.4. Evolución de una variable de un sistema orientado a eventos discretos.

- **Sistemas combinados.** Aquellos que combinan subsistemas que siguen filosofías continuas o discretas, respectivamente. Es el caso de los sistemas que poseen componentes que deben ser necesariamente modelados según alguno de dichos enfoques específicos.

12.3. Clasificación de modelos.

La descripción de las características de interés de un sistema se conoce como *modelo del sistema*, y el proceso de abstracción para obtener esta descripción se conoce como *modelado*.

Existen muchos tipos de modelos (modelos físicos, modelos mentales, modelos simbólicos) para representar los sistemas en estudio. Utilizaremos *modelos simbólicos matemáticos* como herramienta para representar las dinámicas de interés de cualquier sistema en un entorno de simulación digital.

Los modelos simbólicos matemáticos mapean las relaciones existentes entre las propiedades físicas del sistema que se pretende modelar en las correspondientes estructuras matemáticas. El tipo de formalización matemática que se utilice va a depender de las características intrínsecas de las dinámicas de interés que se quieran representar.

La descripción en términos matemáticos de un sistema real no es una metodología de trabajo propia de la simulación digital, sino que es inherente a la mayoría de las técnicas que se utilizan para solventar cualquier tipo de problema, las cuales suelen seguir unas pautas que, de modo general, se pueden resumir en:

- Reconocimiento del problema.
- Formulación del modelo matemático.
- Solución del problema matemático.
- Interpretación de los resultados matemáticos en el contexto del problema real.

Consideraciones que se deben tener en cuenta para garantizar una representación eficiente del sistema real:

- Un modelo se desarrolla siempre a partir de una serie de aproximaciones e hipótesis y, consecuentemente, representa tan sólo parcialmente la realidad.
- Un modelo se construye para una finalidad específica y debe ser formulado para que sea útil a dicho fin.
- Un modelo tiene que ser por necesidad un compromiso entre la simplicidad y la necesidad de recoger todos los aspectos esenciales del sistema en estudio.

Un buen modelo debe:

- Representar adecuadamente aquellas características del sistema que son de nuestro interés.
- Ser una representación abstracta de la realidad lo suficientemente sencilla como para facilitar su mantenimiento, adaptación y reutilización.

Modelos Estáticos frente a Modelos Dinámicos

Los *Modelos Estáticos* suelen utilizarse para representar el sistema en un cierto instante de tiempo; por tanto, en su formulación no se considera el avance del tiempo.

$$STOCK = Stock\ inicial + Material\ entrada - Material\ consumido$$

Los *Modelos Dinámicos* permiten deducir cómo las variables de interés del sistema en estudio evolucionan con el tiempo.

$$Evolución\ del\ STOCK = Flujo\ de\ entrada - Flujo\ de\ salida$$

$$\frac{dS}{dt} = F_i(t) - F_o(t)$$

$$S(k + 1) = S(k) + F_i(k) - F_o(k)$$

Modelos Deterministas respecto a Modelos Estocásticos.

Un modelo se denomina *Determinista* si su nuevo estado puede ser completamente definido a partir del estado previo y de sus entradas. Es decir, ofrece un único conjunto de valores de salida para un conjunto de entradas conocidas.

Los *Modelos Estocásticos* requieren de una o más variables aleatorias para formalizar las dinámicas de interés. En consecuencia, el modelo no genera un único conjunto de salidas cuando es utilizado para realizar un experimento, sino que los resultados son utilizados para estimar el comportamiento real del sistema.

Modelos Continuos frente a Modelos Discretos.

Los *Modelos Continuos* se caracterizan por representar la evolución de las variables de interés de forma continua. En general suelen utilizarse ecuaciones diferenciales ordinarias si se considera simplemente la evolución de una propiedad respecto al tiempo, o bien ecuaciones en derivadas parciales si se considera también la evolución respecto a otras variables adicionales.

De modo análogo a la definición de los modelos continuos, los *Modelos Discretos* se caracterizan por representar la evolución de las variables de interés de forma discreta.

12.4. Modelos de simulación de eventos discretos.

Los Modelos de Eventos Discretos son *modelos dinámicos, estocásticos y discretos* en los que las variables de estado cambian de valor en instantes no periódicos del tiempo. Estos instantes de tiempo se corresponden con la ocurrencia de un evento.

Un *evento* se define como una acción instantánea que puede cambiar el estado de un modelo.

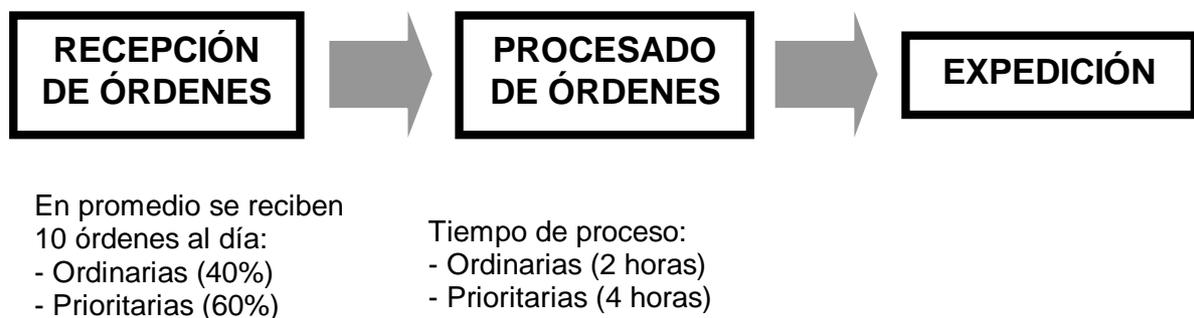


Figura 12.5. Esquema del procesamiento de órdenes.

Los parámetros más significativos del sistema son:

- Hay 4 trabajadores por cada turno diario de 8 horas.
- Se trabaja desde las 9 de la mañana hasta las 5 de la tarde. No obstante, la jornada laboral se alarga si no ha sido posible expedir todas las órdenes recibidas a lo largo del día.
- Sólo se aceptan órdenes hasta las 13 horas.
- En promedio, se reciben 10 órdenes cada día.
- Hay dos tipos de órdenes, las ordinarias (el 40%) y las prioritarias (el 60% restante).
- En promedio, una orden prioritaria requiere 4 horas de proceso, mientras que una ordinaria sólo 2 horas.

12.4.1. Simulación del Modelo Estático.

$$\text{órdenes ordinarias} = 4 \frac{\text{órdenes}}{\text{día}} \times 2 \frac{\text{horas}}{\text{orden}} = 8 \frac{\text{horas}}{\text{día}}$$

$$\text{órdenes prioritarias} = 6 \frac{\text{órdenes}}{\text{día}} \times 4 \frac{\text{horas}}{\text{orden}} = 24 \frac{\text{horas}}{\text{día}}$$

$$\text{capacidad necesaria} = 8 + 24 = 32 \frac{\text{horas}}{\text{día}}$$

$$\text{capacidad disponible} = 4 \frac{\text{trabajadores}}{\text{día}} \times 8 \frac{\text{horas}}{\text{trabajador}} = 32 \frac{\text{horas}}{\text{día}}$$

| |
|---|
| $\text{porcentaje de utilización} = \frac{\text{capacidad necesaria}}{\text{capacidad disponible}} \times 100 = \frac{32}{32} \times 100 = 100\%$ |
|---|

12.4.2. Simulación Manual del Modelo Orientado a Eventos Discretos.

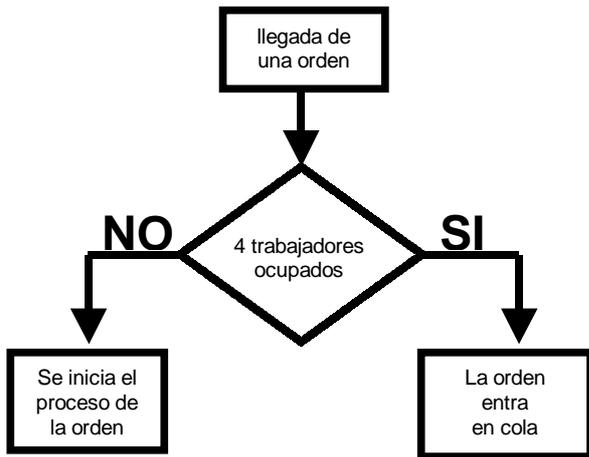


Figura 12.6. Diagrama de flujo del evento de llegada de una orden.

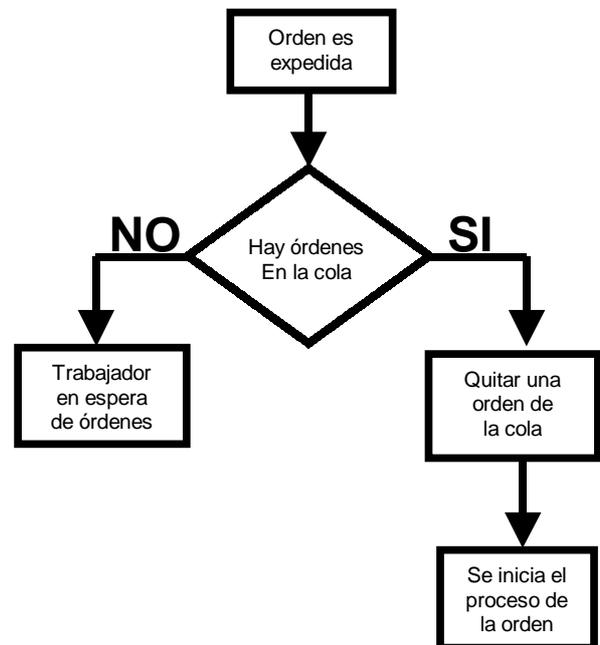


Figura 12.7. Diagrama de flujo del evento de expedición de una orden.

Tabla 12.1. Distribución de probabilidades.

| Órdenes / Hora | Probabilidad (%) | Probabilidad Acumulada | Números Aleatorios |
|----------------|------------------|------------------------|--------------------|
| 1 | 40 | 40 | 00 – 39 |
| 2 | 30 | 70 | 40 – 69 |
| 3 | 20 | 90 | 70 – 89 |
| 4 | 10 | 100 | 90 – 99 |

Tabla 12.2. Distribución de probabilidades.

| Tipo de Orden | Probabilidad (%) | Probabilidad Acumulada | Números Aleatorios |
|---------------|------------------|------------------------|--------------------|
| Ordinaria | 40 | 40 | 00 – 39 |
| Prioritaria | 60 | 100 | 40 – 99 |

Tabla 12.3. Resumen de la simulación del proceso de llegada de órdenes.

| Hora | Número Aleatorio | Número de llegadas | Numero Aleatorio | Tipo de orden |
|----------|------------------|--------------------|------------------|---------------|
| 9 horas | 54 | 2 | 02 | Ordinaria |
| | | | 38 | Ordinaria |
| 10 horas | 12 | 1 | 11 | Ordinaria |
| 11 horas | 36 | 1 | 78 | Prioritaria |
| 12 horas | 60 | 2 | 21 | Ordinaria |
| | | | 47 | Prioritaria |
| 13 horas | 90 | 4 | 92 | Prioritaria |
| | | | 50 | Prioritaria |
| | | | 82 | Prioritaria |
| | | | 44 | Prioritaria |

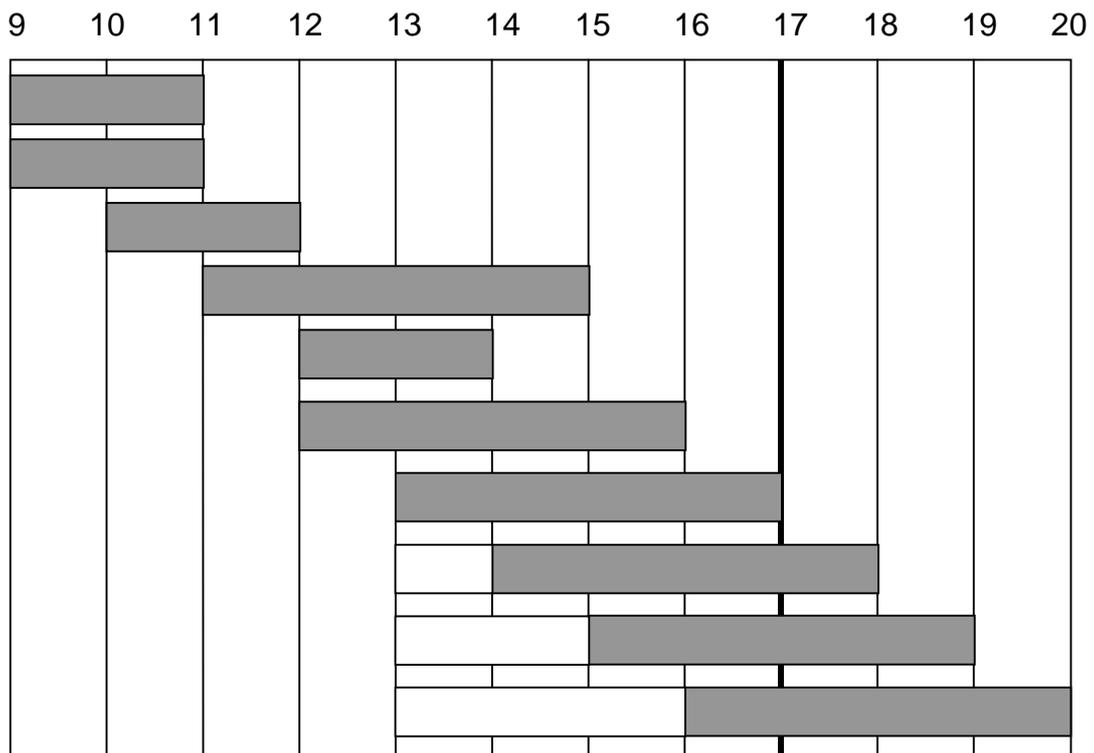


Figura 12.8. Diagrama de la simulación manual.

Tabla 12.4. Tabla de la simulación manual del procesado de órdenes.

| Hora | Número de orden | Tipo de orden | Tipo de evento | Número en cola | Número en sistema | Tiempo en cola | Tiempo en el sistema |
|------|-----------------|---------------|----------------|----------------|-------------------|----------------|----------------------|
| 9 | 1 | Ordinaria | Llegada | 0 | 1 | - | - |
| 9 | 2 | Ordinaria | Llegada | 0 | 2 | - | - |
| 10 | 3 | Ordinaria | Llegada | 0 | 3 | - | - |
| 11 | 1 | Ordinaria | Expedición | 0 | 2 | - | 2 h. |
| 11 | 2 | Ordinaria | Expedición | 0 | 1 | - | 2 h. |
| 11 | 4 | Prioritaria | Llegada | 0 | 2 | - | - |
| 12 | 3 | Ordinaria | Expedición | 0 | 1 | - | 2 h. |
| 12 | 5 | Ordinaria | Llegada | 0 | 2 | - | - |
| 12 | 6 | Prioritaria | Llegada | 0 | 3 | - | - |
| 13 | 7 | Prioritaria | Llegada | 0 | 4 | - | - |
| 13 | 8 | Prioritaria | Llegada | 1 | 5 | - | - |
| 13 | 9 | Prioritaria | Llegada | 2 | 6 | - | - |
| 13 | 10 | Prioritaria | Llegada | 3 | 7 | - | - |
| 14 | 5 | Ordinaria | Expedición | 2 | 6 | - | 2 h. |
| 15 | 4 | Prioritaria | Expedición | 1 | 5 | - | 4 h. |
| 16 | 6 | Prioritaria | Expedición | 0 | 4 | - | 4 h. |
| 17 | 7 | Prioritaria | Expedición | 0 | 3 | - | 4 h. |
| 19 | 8 | Prioritaria | Expedición | 0 | 2 | 1 h. | 5 h. |
| 19 | 9 | Prioritaria | Expedición | 0 | 1 | 2 h. | 6 h. |
| 20 | 10 | Prioritaria | Expedición | 0 | 0 | 3 h. | 7 h. |

$$\text{tiempo de ciclo promedio para órdenes ordinarias} = \frac{2 + 2 + 2 + 2 \text{ horas}}{4 \text{ órdenes}} = 2 \frac{\text{horas}}{\text{orden}}$$

$$\text{tiempo de ciclo promedio para órdenes prioritarias} = \frac{4 + 4 + 4 + 5 + 6 + 7 \text{ horas}}{6 \text{ órdenes}} = 5 \frac{\text{horas}}{\text{orden}}$$

$$\text{tiempo promedio en la cola} = \frac{0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 2 + 3 \text{ horas}}{10 \text{ órdenes}} = 0,6 \frac{\text{horas}}{\text{orden}}$$

$$\text{tiempo máximo en la cola} = 3 \text{ horas}$$

$$\text{nivel de servicio promedio} = \frac{7 \text{ órdenes a tiempo}}{10 \text{ órdenes}} \times 100 = 70\%$$

3 trabajadores han tenido que trabajar un total de 6 horas extras para completar las órdenes

12.4.3. Simulación digital mediante un lenguaje de propósito general.

12.4.4. Simulación mediante un Entorno de Simulación.

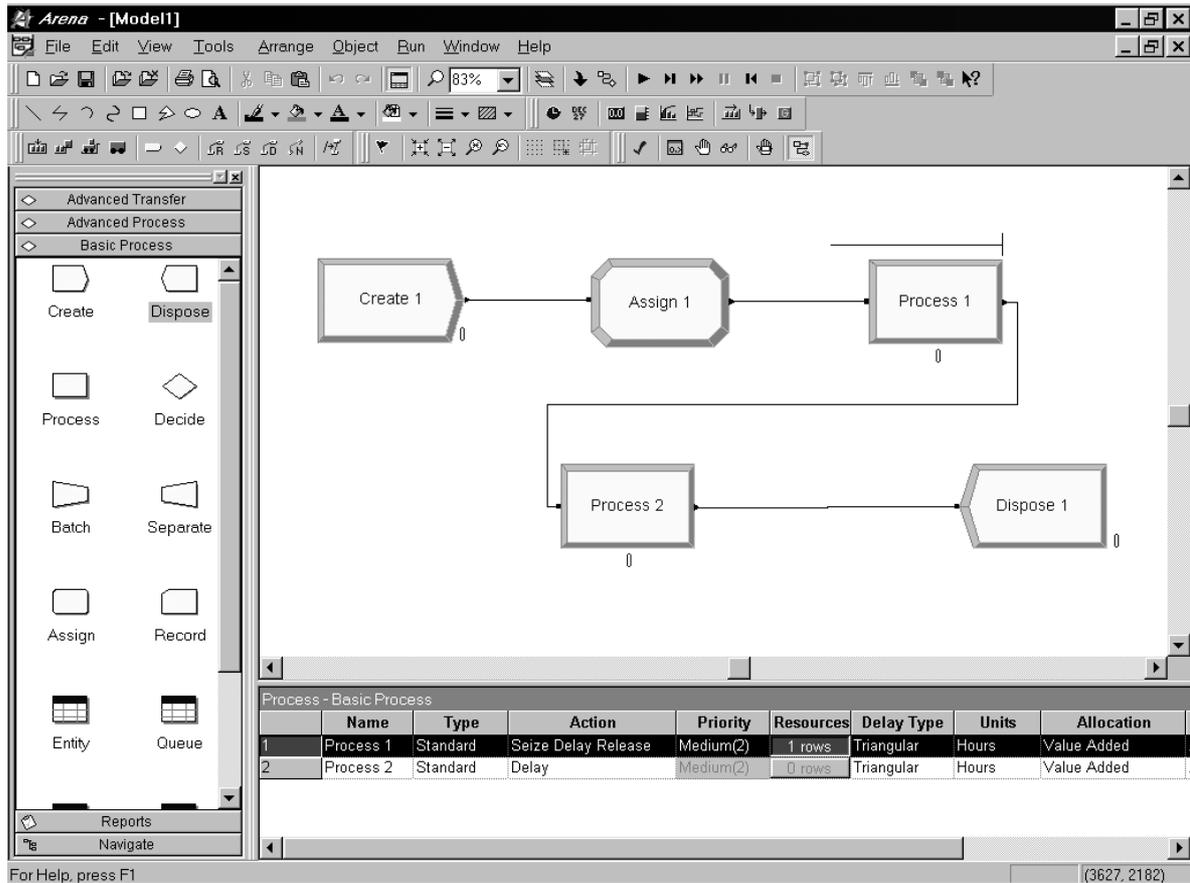


Figura 12.9. Interfaz gráfico de modelado en el simulador Arena.

12.5. El proyecto de simulación.

Tabla 12.5. Etapas de un proyecto de simulación.

| Etapa | Descripción |
|-------------------------------|--|
| Formulación del problema. | Define el problema que se pretende estudiar. Incluye por escrito sus objetivos. |
| Diseño del modelo conceptual. | Especificación del modelo a partir de las características de los elementos del sistema que se quiere estudiar y sus interacciones teniendo en cuenta los objetivos del problema. |
| Recogida de datos. | Identificar, recoger y analizar los datos necesarios para el estudio. |
| Construcción del modelo. | Construcción del modelo de simulación partiendo del modelo conceptual y de los datos. |
| Verificación y validación. | Comprobar que el modelo se comporta como es de esperar y que existe la correspondencia adecuada entre el sistema real y el modelo. |
| Análisis. | Analizar los resultados de la simulación con la finalidad de detectar problemas y recomendar mejoras o soluciones. |
| Documentación. | Proporcionar documentación sobre el trabajo efectuado. |
| Implementación. | Poner en práctica las decisiones efectuadas con el apoyo del estudio de simulación. |

12.6. Ventajas y desventajas de la simulación.

- Permite analizar el efecto sobre el rendimiento global de un sistema, de pequeños cambios realizados en una o varias de sus componentes
- A partir de la experimentación con un modelo, es posible analizar los efectos sobre el sistema real de cambios organizativos, o de cambios en la gestión de la información.
- El análisis del modelo del sistema puede permitir la sugerencia de posibles mejoras del sistema real, así como detectar las variables más influyentes en el rendimiento del mismo.
- Permite la experimentación en condiciones que podrían ser peligrosas o de elevado coste económico en el sistema real.
- La simulación suele ser utilizada también con una perspectiva pedagógica para ilustrar y facilitar la comprensión de los resultados que se obtienen mediante la técnicas analíticas.

En resumen:

- Permite responder muy satisfactoriamente a preguntas del tipo “qué ocurriría si realizamos este cambio en ...”
- Contribuye a la reducción del riesgo inherente a la toma de decisiones.

Inconvenientes:

1. Soluciones no exactas.
2. Existe el riesgo de tomar malas decisiones basadas en modelos de simulación que no han sido validados y verificados adecuadamente.

12.7. Aplicaciones empresariales de la simulación.

Procesos de fabricación. Fue una de las primeras áreas beneficiadas por estas técnicas. La simulación se emplea tanto para el diseño como para la ayuda a la toma de decisiones operacionales.

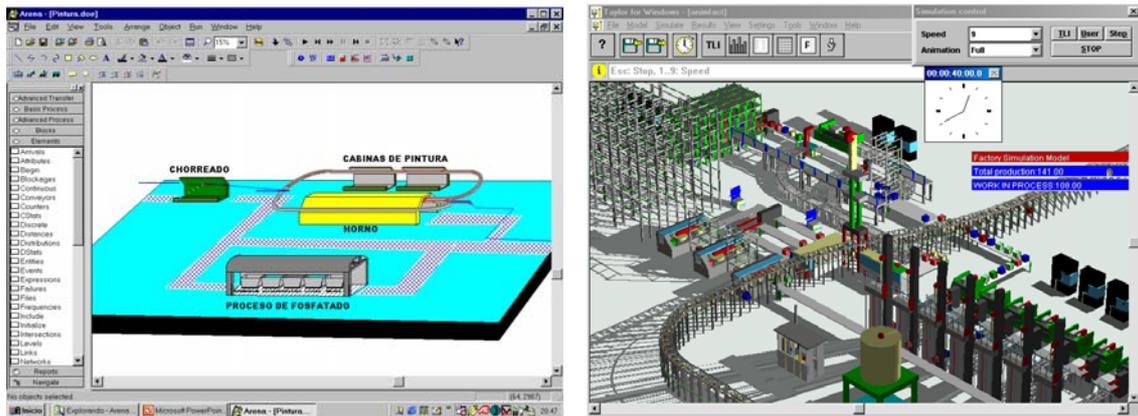


Figura 12.10. Ejemplos de modelos de simulación para el análisis y mejora de procesos productivos.

Logística. La simulación contribuye de forma significativa a la mejora de los procesos logísticos en general. Dentro de esta área, se incluye tanto una cadena completa de suministros, como la gestión de inventarios de un almacén.

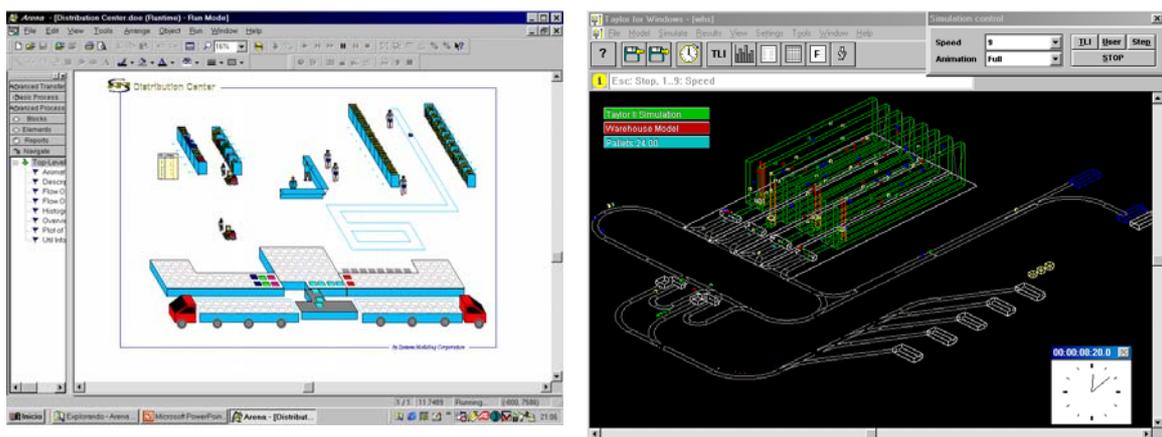


Figura 12.11. Ejemplos de aplicación de la simulación a procesos logísticos.

Transporte.

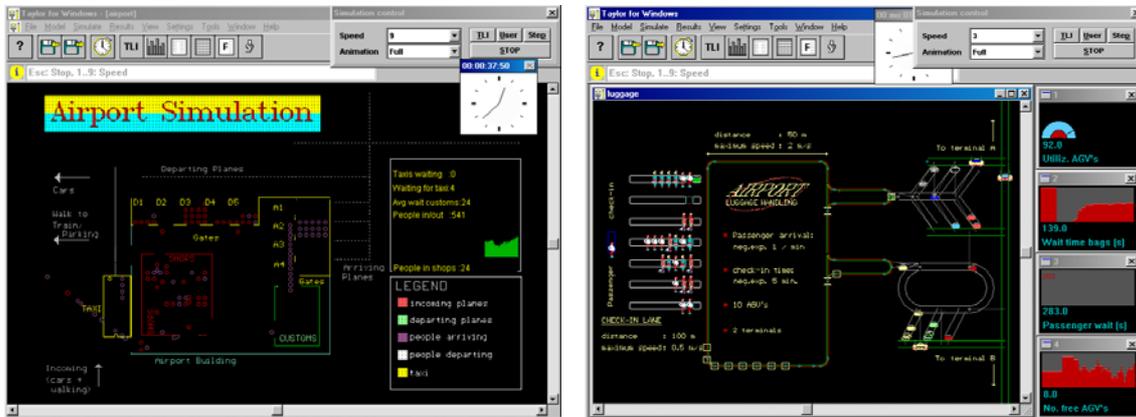


Figura 12.12. Aplicación de la simulación en el campo del transporte.

Sanidad. Se emplea tanto para la mejora de un departamento hospitalario, como en la logística asociada a los trasplantes o a la coordinación médica de una región.

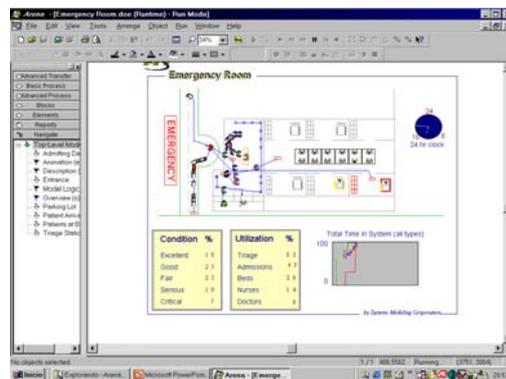


Figura 12.13. Aplicación al servicio de emergencias de un hospital.

Negocios (Business Processing). Simulación de los procesos administrativos y de negocio de una empresa. En esta área están teniendo mucho éxito los juegos de empresa en los que a través de la simulación de los efectos de las decisiones que se van tomando se puede entrenar a los directivos.

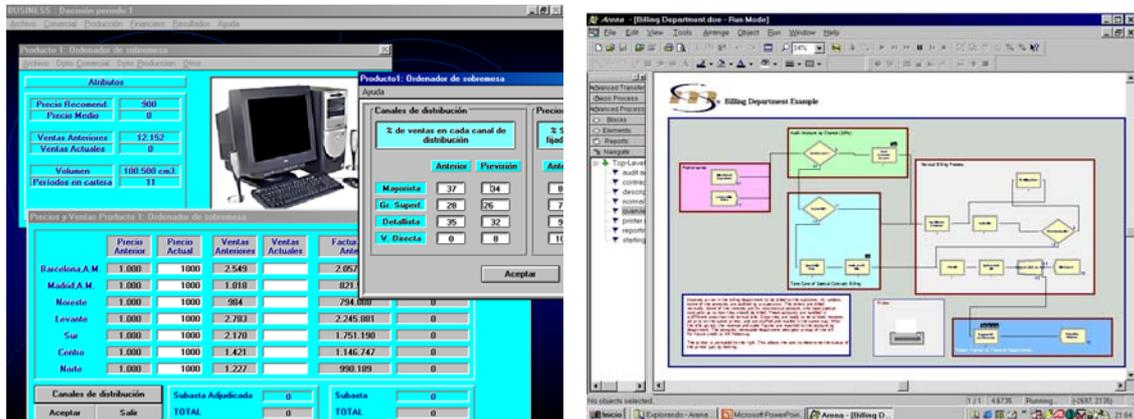


Figura 12.14. Aplicaciones en el campo de la simulación de negocios.

Servicios en general. Servicios públicos, gestión de restaurantes, banca, empresas de seguros, etc.



Figura 12.15. Simulación de un banco y de un pequeño supermercado.

12.8. El Programa de Simulación “ARENA”.

En este apartado se hará un breve resumen de los métodos de modelado de sistemas aplicando el programa de simulación *ARENA* (de Systems Modeling Corporation, www.sm.com). Utilizando ejemplos sencillos, se irá haciendo un recorrido por las posibilidades del programa para simular cualquier tipo de sistema.

Elementos de un modelo de ARENA.

Entidades. La mayoría de las simulaciones incluyen “entidades” que se mueven a través del modelo, cambian de estado, afectan y son afectadas por otras entidades y por el estado del sistema, y afectan a las medidas de eficiencia. Son los elementos dinámicos del modelo, habitualmente se crean, se mueven por el modelo durante un tiempo y finalmente abandonan el modelo. En un proceso sencillo de fabricación, como el que analizamos en el primer ejemplo, las entidades serán las piezas que son creadas, pasan a la cola si la máquina que debe procesarlas está ocupada, entran en la máquina cuando ésta queda libre, y abandonan el sistema cuando salen de la máquina. En este caso sólo habrá un tipo de entidades (aunque puede haber simultáneamente varias “copias” de la entidad circulando por el diagrama), pero en un caso general podría haber muchos tipos de entidades distintas (y muchas copias de cada una de ellas), que representarían distintos tipos de piezas, de diferentes características, prioridades, rutas, etc.

Atributos. Para individualizar cada entidad, se le pueden unir distintos “atributos”. Un atributo es una característica de todas las entidades, pero con un valor específico que puede diferir de una entidad a otra. Por ejemplo, en el primer ejemplo, nuestras entidades (piezas), podrían tener unos atributos denominados *Hora de Llegada*, *Fecha de Entrega*, *Prioridad* y *Color* para indicar esas características para cada entidad individual. Arena hace un seguimiento de algunos atributos de manera automática, pero será

necesario definir, asignar valores, cambiar y usar atributos específicos, en cada sistema que se desee simular.

Variables (Globales). Una variable es un fragmento de información que refleja alguna característica del sistema, independientemente de las entidades que se muevan por el modelo. Se pueden tener muy diferentes variables en un modelo, pero cada una es única. Existen dos tipos de variables: las variables prefijadas de Arena (número de unidades en una cola, número de unidades ocupadas de un recurso, tiempo de simulación, etc.) y las variables definibles por en usuario (número de unidades en el sistema, turno de trabajo, etc.) Contrariamente a los atributos, las variables no están unidas a ninguna entidad en particular, sino que pertenecen al sistema en su conjunto. Las entidades pueden variar el valor de las variables en algún momento, por ejemplo, la variable *Número de Unidades en el Sistema* cambiará de valor cuando se crea o se elimina una entidad.

Recursos. Las entidades compiten por ser servidas por recursos que representan cosas como personal, equipo, espacio en un almacén de tamaño limitado, etc. Una o varias unidades de un recurso libre son *asignadas* a una entidad, y son *liberadas* cuando terminan su trabajo. Una entidad podría recibir simultáneamente servicio de varios recursos (por ejemplo una máquina y un operario)

Colas. Cuando una entidad no puede continuar su movimiento a través del modelo, a menudo porque necesita un recurso que está ocupado, necesita un espacio donde esperar que le recurso quede libre, ésta es la función de las colas. En Arena, cada cola tendrá un nombre y podría tener una capacidad para representar, por ejemplo, un espacio limitado de almacenamiento.

Acumuladores de estadísticas. Para obtener las medidas de eficiencia finales, podría ser conveniente hacer un seguimiento de algunas variables intermedias en las que se calculan estadísticas, por ejemplo: el número total de piezas producidas, el tiempo total consumido en la cola, el número de unidades que han pasado por la

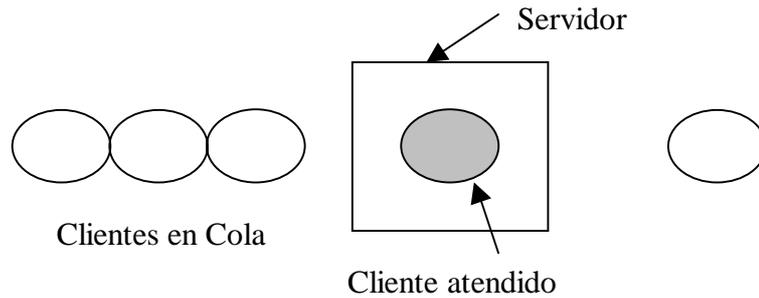
cola (necesitaremos este valor para calcular el tiempo medio en cola), el mayor tiempo invertido en la cola por una entidad, el tiempo total en el sistema (en cola más procesado), el mayor tiempo consumido en el sistema por una entidad, etc. Todos estos acumuladores deberían ser inicializados a 0, y cuando sucede algún hecho en el sistema, se tendrán que actualizar los acumuladores afectados.

Eventos. Un evento es algo que sucede en un instante determinado de tiempo en la simulación, que podría hacer cambiar los atributos, variables, o acumuladores de estadísticas. En nuestro ejemplo sencillo, sólo hay tres tipos de eventos: **Llegada** de una nueva pieza al sistema, **Salida** de una pieza del sistema cuando finaliza el tiempo de procesado en la máquina, y **Final** de la simulación, cuando se cumple el tiempo previsto.

Reloj de la Simulación. El valor del tiempo transcurrido, se almacena en una variable denominada *Reloj de Simulación*. Este reloj irá avanzando de evento en evento, ya que al no cambiar nada entre eventos, no es necesario gastar tiempo llegando de uno a otro.

Ejemplo de modelado de un sistema sencillo

Para introducir los conceptos fundamentales de la metodología de simulación con Arena, vamos a modelar un sistema simple: Se trata de un sencillo sistema de atención al público. Los clientes llegan a la instalación, si el servidor está ocupado atendiendo a otro cliente, el que acaba de llegar se une a la cola. Si, por el contrario, el servidor está libre, el cliente pasa inmediatamente a ser atendido. Cuando el servidor acaba la atención a un cliente, comenzará a servir al que estuviera en la primera posición de la cola, y si un hubiera nadie, quedaría desocupado.



Vamos a suponer que los clientes llegan al sistema según una distribución exponencial de media 5 minutos; el tiempo que el servidor emplea en atender a un cliente se distribuye según una función triangular de tiempo mínimo 1 minuto, modal 4 y máximo 8 minutos. Haremos una simulación de 15 minutos y calcularemos:

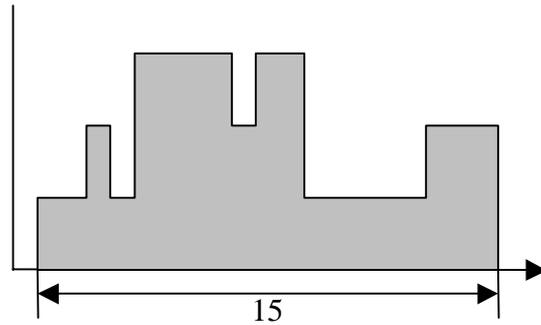
- El número total de clientes atendidos
- El valor medio del tiempo de espera en la cola. Si D_i es el tiempo que pasó en la cola el i -ésimo cliente, y N es el número de clientes que pasaron por la cola, el valor medio buscado será:

$$\frac{\sum_{i=1}^N D_i}{N}$$

En Arena, este tipo de estadísticas se denominan **Tally Statistics**, debido a que el valor de la estadística se va calculando al mismo tiempo que las entidades van pasando por el punto donde se calcula.

- El valor más alto del tiempo de espera en la cola.
- El número medio de clientes esperando en la cola. Este valor se calcula como la media ponderada de las posibles longitudes de la cola (0, 1, 2, ...), ponderada por la proporción de tiempo de simulación que en la cola había ese número de clientes. Si llamamos $Q(t)$ al número de clientes en la cola en cualquier momento t , el valor medio buscado será el área bajo la curva, dividido por la longitud de la simulación 15.

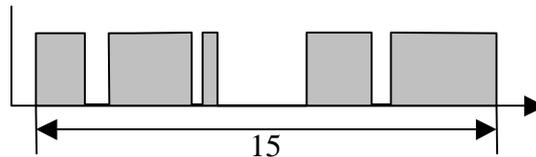
$$\frac{\int_0^{15} Q(t)}{15}$$



Este tipo de estadísticas persistentes en el tiempo (*Time-Persistent Variable*) son comunes en simulación. Ésta indica el número medio en la cola, lo que puede ser interesante para asignar el espacio adecuado.

- El máximo número de clientes que ha habido en la cola en un momento determinado.
- Los valores medio y máximo del tiempo que un cliente permanece en el sistema (en la cola más siendo atendido). El valor medio será una estadística de tipo *Tally*.
- La utilización del servidor, definida como el porcentaje del tiempo en que el servidor está ocupado. Se trata de otra estadística persistente en el tiempo, en este caso la función $B(t)$ solo puede tomar dos valores 0, cuando el servidor está libre y 1 cuando está ocupado.

$$\frac{\int_0^{15} B(t)}{15}$$

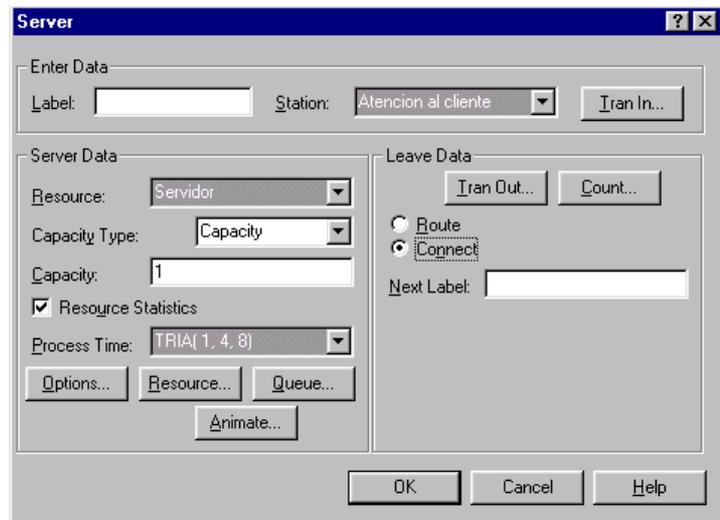
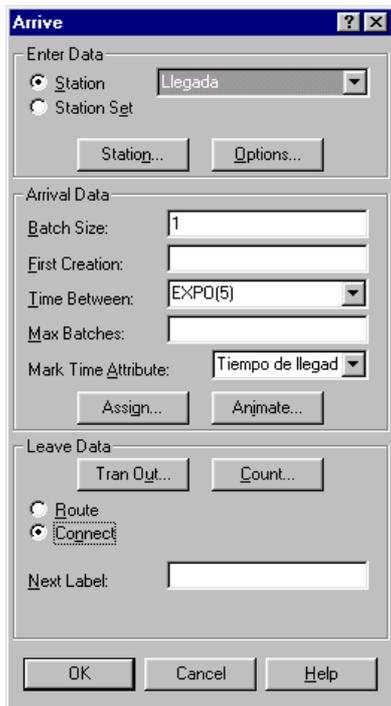


Para modelar el sistema con Arena, se irán arrastrando los módulos adecuados al diagrama. En primer lugar se cogerá el modulo “Arrive” con el que se modelará el proceso de llegada de los clientes al sistema. Haciendo “doble clic” sobre el dibujo del módulo aparecerá una ventana en la que se introducirán los datos relativos a la llegada de los clientes al sistema:

| Enter Data | |
|---------------------|-------------------|
| Station | Llegada |
| Arrival Data | |
| Time Between | EXPO(5) |
| Mark Time Attribute | Tiempo de llegada |

Leave Data
Connect

Seleccionar



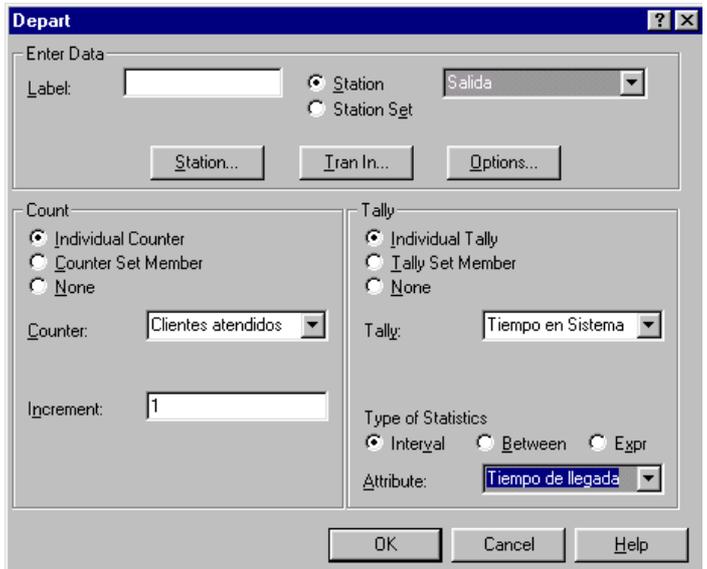
Para simular el proceso de servicio, se arrastrará el módulo “Server” al diagrama (si se seleccionó la opción “Connect” en el módulo anterior, el servidor aparecerá ya conectado al módulo de llegada). Haciendo doble clic en el símbolo del servidor se podrán introducir las características del proceso de atención a los clientes:

Enter Data
Station Atención al cliente

Arrival Data
Process Time TRIA(1,4,8)

Leave Data
Connect *Seleccionar*

Para modelar el proceso de salida del sistema se escogerá el módulo “Depart”, en el que se introducirán los datos relativos al proceso de salida de los clientes de la instalación, además de algunas de las estadísticas que se recopilarán:

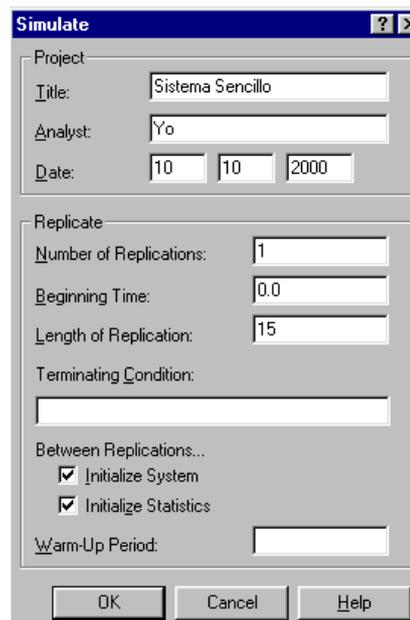


| | |
|------------|--------|
| Enter Data | |
| Station | Salida |

| | |
|--------------------|--------------------|
| Count | |
| Individual Counter | |
| Counter | Clientes atendidos |

| | |
|------------------|-------------------|
| Tally | |
| Individual Tally | |
| Tally | Tiempo en Sistema |
| Attribute | Tiempo de llegada |

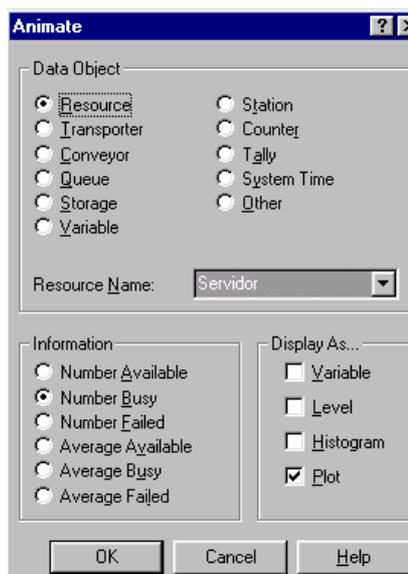
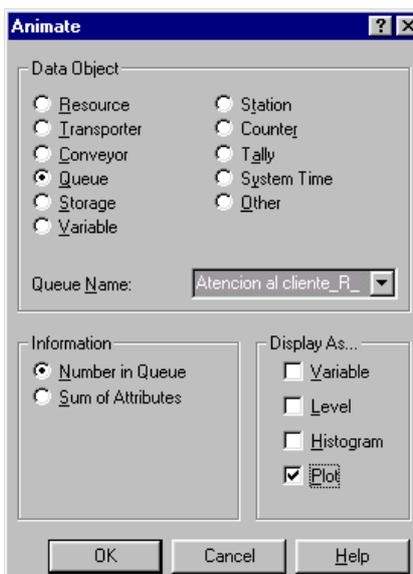
Las características de la simulación se introducen en el módulo “Simulate”:

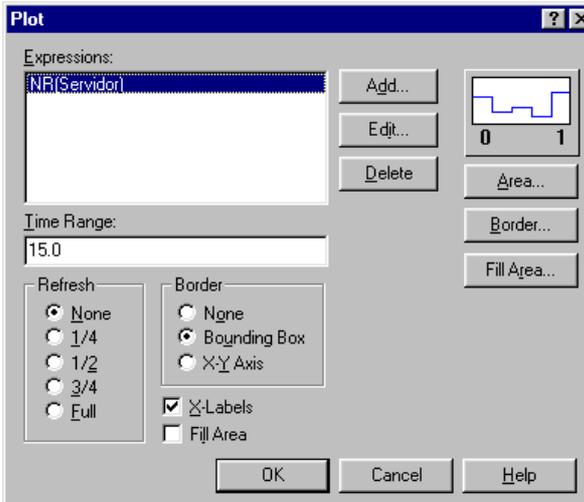


| | | |
|---------|--|------------------|
| Project | | |
| Title | | Sistema Sencillo |
| Analyst | | Yo |
| Date | | 10-10-1962 |

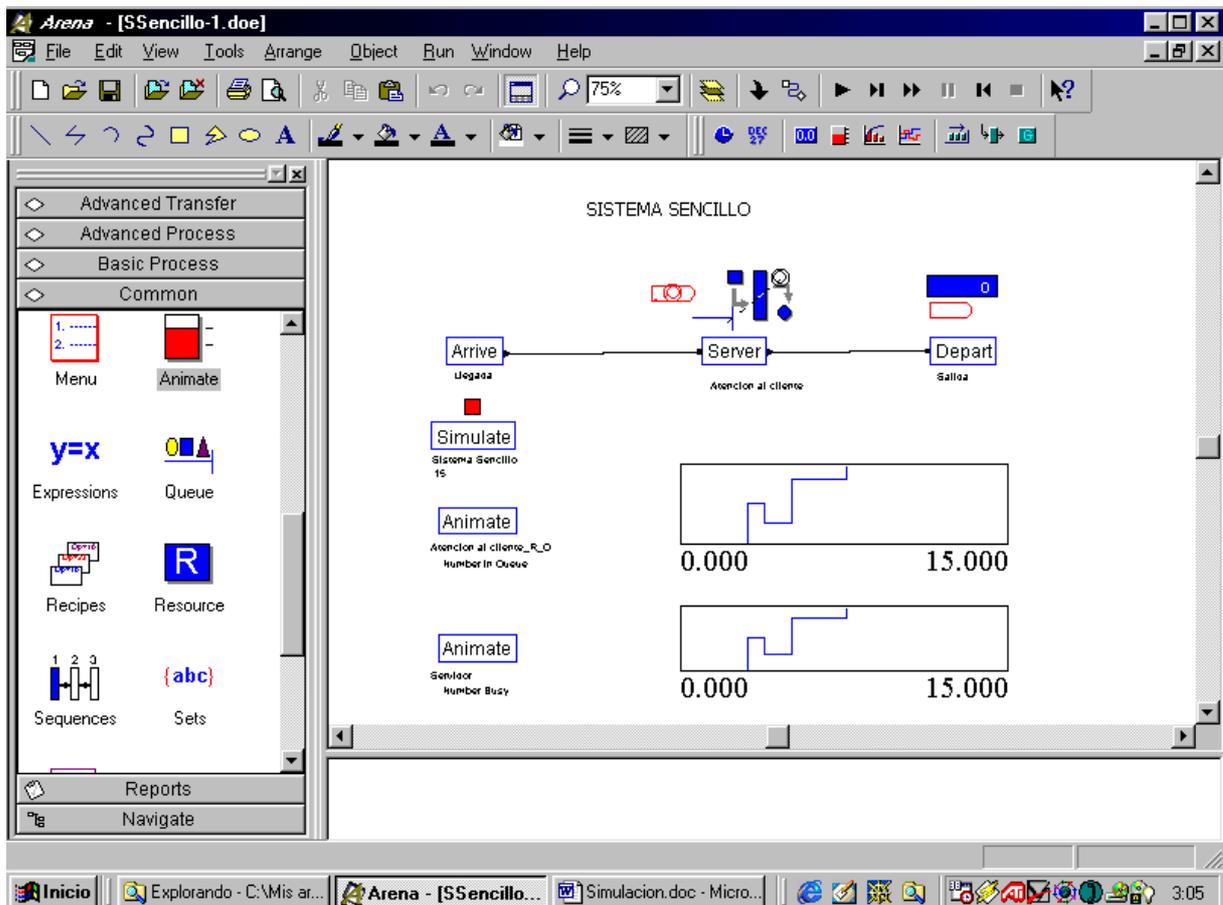
| | | |
|-----------------------|--|----|
| Replicate | | |
| Length of Replication | | 15 |

Utilizando dos módulos “Animate” añadiremos dos gráficos, que nos proporcionarán información sobre el número de clientes en la cola y la ocupación del servidor.





Por último, se puede añadir el título “SISTEMA SENCILLO”, para identificar el modelo. De esta manera, el modelo esta listo para ser ejecutado.



tiene dos opciones: conseguir que el empleado de la ventanilla trabaje más rápido, o poner más empleados conservando la misma tasa de servicio. Evaluar las dos posibilidades.

EJEMPLO 2: SIMULACIÓN DE PROCESOS DE FABRICACIÓN CON ARENA

Se trata de simular el proceso de fabricación de un producto que está compuesto por 3 elementos: 2 tapas (la superior y la inferior, y el interior).

Las tapas llegan a la línea de fabricación según un proceso de Poisson de media 5 tapas/hora. El 50% son tapas superiores y el otro 50% inferiores. Una vez recibidas, es necesario pintarlas, para lo que pasan de una en una; por un proceso de pintura cuya duración es independiente de la clase de tapa que se trate; se ha comprobado que se distribuye según una triangular de tiempo mínimo 6, medio 9 y máximo 12 minutos. Hay un control de calidad del proceso de pintura que separa las tapas correctamente pintadas (el 95%) de las defectuosas, las cuales vuelven al proceso de pintura de nuevo.

Por otra parte, el elemento interior del producto final, llega a la línea de fabricación empaquetado en cajas de 3 unidades, siguiendo una distribución exponencial de media 64 minutos. El proceso de desempaqueado lo realiza una máquina que tarda en realizar el trabajo un tiempo que se distribuye según una uniforme entre 30 y 50 minutos. Además, esta misma máquina separa las unidades defectuosas (el 10%) y las envía a chatarra.

Posteriormente, se tiene una máquina que hace el ensamblaje de una tapa superior, una inferior y un elemento interior para constituir el producto final. El tiempo de ensamblado se distribuye según una normal de media 15 minutos y varianza 10 minutos.

Se trata de simular el proceso para calcular cuantas unidades del producto final es posible fabricar en 1 mes (30 días) con jornadas de 8 horas.

EJEMPLO 3: SIMULACIÓN DE DISTINTOS TRANSPORTES CON ARENA

Las piezas llegan al primer proceso de una en una, con una media de 10 unidades/hora (Poisson); la mitad son de color ROJO y la otra mitad AZULES. En el primer proceso se dispone de 2 máquinas iguales que realizar el trabajo tardando un tiempo que se distribuye según una triangular de tiempos mínimo, modal y máximo, de 5, 8 y 10 minutos respectivamente. Cuando finaliza este primer trabajo, se mandan las piezas al departamento 2 utilizando un transporte directo (“*ROUTE*”) que tarda 12 minutos. En el departamento 2, se agrupan las piezas en cajas de 6 unidades del mismo color. Las cajas son mandadas al departamento 3 a través de una cinta transportadora (“*CONVEYOR*”), de 100 metros de longitud y que se mueve a una velocidad constante de 200 metros/hora.

En el departamento 3 se sacan las unidades de las cajas, y se procesan de una en una en una máquina que tarda un tiempo que se distribuye uniformemente entre 4 y 8 minutos. El producto ya finalizado se mete otra vez en cajas de 10 unidades del mismo color que se llevarán al almacén 1 si son rojas, y al almacén 2 si son azules. Para ello se utilizará una carretilla eléctrica (“*TRANSPORTER*”), que se moverá a una velocidad de 30 km/hora si va vacía, y 10 km/hora cuando va llena. La distancia hasta el almacén 1 es de 6 km, y de 10 km al almacén 2.

Tabla de Números Aleatorios.

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 27767 | 43584 | 85301 | 88977 | 29490 | 69714 | 94015 | 64874 | 32444 | 48277 |
| 13025 | 14338 | 54066 | 15243 | 47724 | 66733 | 74108 | 88222 | 88570 | 74015 |
| 80217 | 36292 | 98525 | 24335 | 24432 | 24896 | 62880 | 87873 | 95160 | 59221 |
| 10875 | 62004 | 90391 | 61105 | 57411 | 06368 | 11748 | 12102 | 80580 | 41867 |
| 54127 | 57326 | 26629 | 19087 | 24472 | 88779 | 17944 | 05600 | 60478 | 03343 |
| 60311 | 42824 | 37301 | 42678 | 45990 | 43242 | 66067 | 42792 | 95043 | 52680 |
| 49739 | 71484 | 92003 | 98086 | 76668 | 73209 | 54244 | 91030 | 45547 | 70818 |
| 78626 | 51594 | 16453 | 94614 | 39014 | 97066 | 30945 | 57589 | 31732 | 57260 |
| 66692 | 13986 | 99837 | 00582 | 81232 | 44987 | 69170 | 37403 | 86995 | 90307 |
| 44071 | 28091 | 07362 | 97703 | 76447 | 42537 | 08345 | 88975 | 35841 | 85771 |
| 59820 | 96163 | 78851 | 16499 | 87064 | 13075 | 73035 | 41207 | 74699 | 09310 |
| 25704 | 91035 | 26313 | 77463 | 55387 | 72681 | 47431 | 43905 | 31048 | 56699 |
| 22304 | 90314 | 78438 | 66276 | 18396 | 73538 | 43277 | 58874 | 11446 | 16082 |
| 17710 | 59621 | 15292 | 76139 | 59526 | 52113 | 53856 | 30743 | 08670 | 84741 |
| 25852 | 58905 | 55018 | 56374 | 35824 | 71708 | 30540 | 27886 | 61732 | 75454 |
| 46780 | 56487 | 75211 | 10271 | 36633 | 68424 | 17374 | 52003 | 70707 | 70214 |
| 59849 | 96169 | 87195 | 46092 | 26787 | 60939 | 59202 | 11973 | 02902 | 33250 |
| 47670 | 07654 | 30342 | 40277 | 11049 | 72049 | 83012 | 09832 | 25571 | 77628 |
| 94304 | 71803 | 73465 | 09819 | 58869 | 35220 | 09504 | 96412 | 90193 | 79568 |
| 08105 | 59987 | 21437 | 36786 | 49226 | 77837 | 98524 | 97831 | 65704 | 09514 |
| 64281 | 61826 | 18555 | 64937 | 64654 | 25843 | 41145 | 42820 | 14924 | 39650 |
| 66847 | 70495 | 32350 | 02985 | 01755 | 14750 | 48968 | 38603 | 70312 | 05682 |
| 72461 | 33230 | 21529 | 53424 | 72877 | 17334 | 39283 | 04149 | 90850 | 64618 |
| 21032 | 91050 | 13058 | 16218 | 06554 | 07850 | 73950 | 79552 | 24781 | 89483 |
| 95362 | 67011 | 06651 | 16136 | 57216 | 39618 | 49856 | 99326 | 40902 | 05069 |
| 49712 | 97380 | 10404 | 55452 | 09971 | 59481 | 37006 | 22186 | 72682 | 07385 |
| 58275 | 61764 | 97586 | 54716 | 61459 | 21647 | 87417 | 17198 | 21443 | 41808 |
| 89514 | 11788 | 68224 | 23417 | 46376 | 25366 | 94746 | 49580 | 01176 | 28838 |
| 15472 | 50669 | 48139 | 36732 | 26823 | 05511 | 12459 | 91314 | 80582 | 71944 |
| 12120 | 86124 | 51247 | 44302 | 87112 | 21476 | 14713 | 71181 | 13177 | 55292 |
| 95294 | 00566 | 70481 | 06905 | 21785 | 41101 | 49386 | 54480 | 23604 | 23554 |
| 66986 | 34099 | 74474 | 20740 | 47458 | 64809 | 06312 | 88940 | 15995 | 69321 |
| 80620 | 51790 | 11436 | 38072 | 40405 | 68032 | 60942 | 00307 | 11897 | 92674 |
| 55411 | 85667 | 77535 | 99892 | 71209 | 92061 | 92329 | 98932 | 78284 | 46347 |
| 95083 | 06783 | 28102 | 57816 | 85561 | 29671 | 77936 | 63574 | 31384 | 51924 |
| 90726 | 57166 | 98884 | 08583 | 93889 | 57067 | 38101 | 77756 | 11657 | 13897 |
| 68984 | 83620 | 89747 | 98882 | 92613 | 89719 | 39641 | 69457 | 91339 | 22502 |
| 36421 | 16489 | 18059 | 51061 | 67667 | 60631 | 84054 | 40455 | 99396 | 63680 |
| 92638 | 40333 | 67054 | 16067 | 24700 | 71594 | 47468 | 03577 | 57649 | 63266 |
| 21036 | 82808 | 77501 | 97427 | 76479 | 68562 | 43321 | 31370 | 28977 | 23896 |
| 13173 | 33365 | 41468 | 85149 | 49554 | 17994 | 91178 | 10174 | 29420 | 90438 |
| 86716 | 38746 | 94559 | 37559 | 49678 | 53119 | 98189 | 81851 | 29651 | 84215 |
| 92581 | 02262 | 41615 | 70360 | 64114 | 56861 | 96717 | 54244 | 10701 | 41393 |
| 12470 | 56500 | 50273 | 93113 | 41794 | 86861 | 39448 | 93136 | 25722 | 08564 |
| 01016 | 00857 | 41396 | 80504 | 90670 | 08289 | 58137 | 17820 | 22751 | 36518 |
| 34030 | 60726 | 25807 | 24260 | 71529 | 78920 | 47648 | 13885 | 70669 | 93406 |
| 50259 | 46345 | 06170 | 97965 | 88302 | 98041 | 11947 | 56203 | 19324 | 20504 |
| 73959 | 76145 | 60808 | 54444 | 74412 | 81105 | 69181 | 96845 | 38525 | 11600 |
| 46874 | 37088 | 80940 | 44893 | 10408 | 36222 | 14004 | 23153 | 69249 | 05747 |
| 60883 | 52109 | 19516 | 90120 | 46759 | 71643 | 62342 | 07589 | 08899 | 05985 |

APLICACIONES DE LA SIMULACIÓN

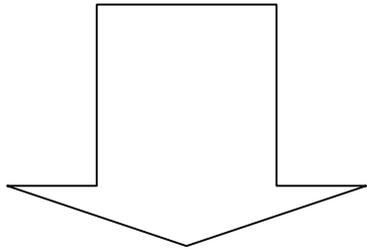
1. DISEÑO DE LAS INSTALACIONES. ESTA APLICACIÓN EVALÚA EL TAMAÑO DE LAS INSTALACIONES O EL NÚMERO DE EMPLEADOS QUE SE REQUIEREN.
2. PLANIFICACIÓN AGREGADA. EVALUACIÓN DEL COSTE DE PLANES ALTERNATIVOS.
3. PROGRAMACIÓN. SECUENCIACIÓN DE TAREAS EN TODO TIPO DE PROCESOS.
4. GESTIÓN DE INVENTARIO. SE SIMULAN LAS REGLAS DE DECISIÓN PROPUESTAS PARA CALCULAR COSTES Y EFECTO EN EL SERVICIO AL CLIENTE.
5. PLANIFICACIÓN DE REQUERIMIENTOS DE MATERIALES. EVALUAR EL EFECTO DE LOS CAMBIOS PROPUESTOS EN EL PLAN DE PRODUCCIÓN.
6. SIMULACIÓN DE SISTEMAS ECONÓMICOS. EVALUAR EL EFECTO DE DECISIONES (DEVALUACIÓN DE LA MONEDA, EL IMPUESTO AL VALOR AÑADIDO, ETC.) EN LAS DEMÁS VARIABLES MACROECONÓMICAS.
7. SIMULACIÓN DE ESTADOS FINANCIEROS. PERMITE ANALIZAR ESTRATEGIAS QUE LLEVARÁN A LA ORGANIZACIÓN AL LOGRO DE SUS OBJETIVOS Y METAS DE CORTO, MEDIO Y LARGO PLAZO.

METODOLOGÍA DE SIMULACIÓN (1)

1

**FORMULACIÓN DEL
PROBLEMA Y PLANIFICACIÓN
DEL ESTUDIO**

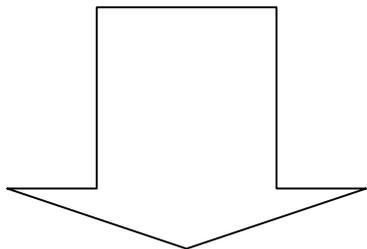
- PREGUNTAS QUE DEBEN CONTESTARSE.
- HIPÓTESIS QUE DEBEN PROBARSE.
- EFECTOS QUE SE DESEAN ESTIMAR.



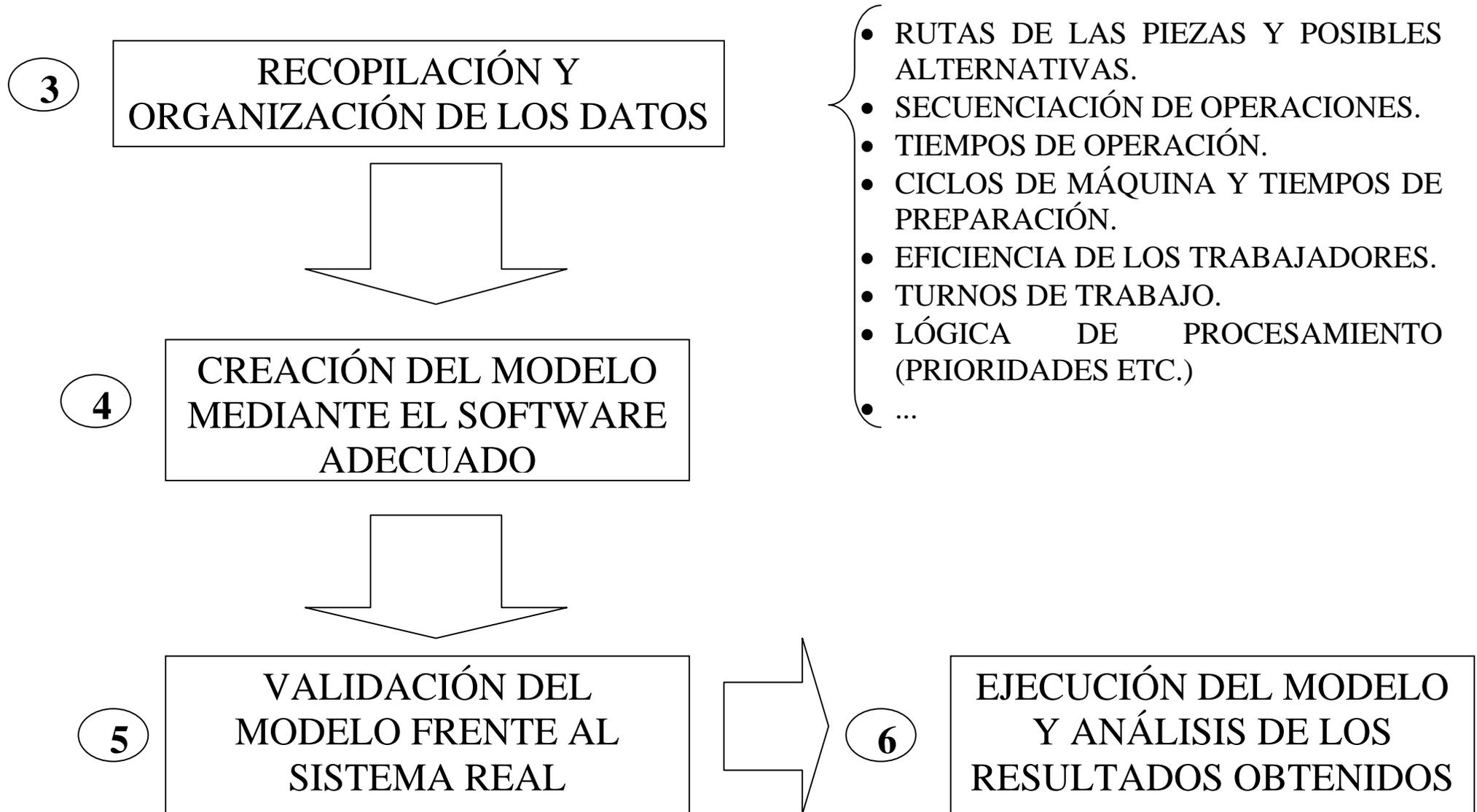
2

**DISEÑO Y VALIDACIÓN DE UN
MODELO CONCEPTUAL**

- LÍMITES DEL MODELO (EXTENSIÓN Y AMPLITUD DEL MISMO).
- ELEMENTOS QUE CONSTITUYEN EL MODELO (RECURSOS, MATERIA PRIMA, PRODUCTOS, ...)
- ESCENARIOS OPERACIONALES A EXAMINAR.
- REGLAS DE TRABAJO.
- CRITERIOS SOBRE EL MANEJO DE LOS RECURSOS.
- DISEÑO O LAYOUT DEL SISTEMA.



METODOLOGÍA DE SIMULACIÓN (2)



MÉTODO DE SIMULACIÓN DE MONTECARLO: EJEMPLO DE SIMULACIÓN DINÁMICA CON INCREMENTOS DE TIEMPO FIJOS.

GESTIÓN DE LOS PEDIDOS A PROVEEDORES EN UN NEGOCIO DE VENTA DE LECHE

- ESTUDIO DE LA DEMANDA EN LOS ÚLTIMOS 100 DÍAS:

| Demanda (Unidades del producto) | Punto medio | Frecuencia |
|--|--------------------|-------------------|
| 20-24 | 22 | 0.05 |
| 25-29 | 27 | 0.10 |
| 30-34 | 32 | 0.20 |
| 35-39 | 37 | 0.30 |
| 40-44 | 42 | 0.20 |
| 45-49 | 47 | 0.10 |
| 50-54 | 52 | 0.05 |

- VENTA MEDIA DIARIA:

$$\text{VENTA MEDIA} = 0.05 \cdot (22) + 0.10 \cdot (27) + 0.20 \cdot (32) + 0.30 \cdot (37) + 0.20 \cdot (42) + 0.10 \cdot (47) + 0.05 \cdot (52) = \mathbf{37}$$

DOS REGLAS DE DECISIÓN POSIBLES:

REGLA 1: PEDIR UN NÚMERO DE UNIDADES DE LECHE IGUAL A LA DEMANDA DEL DÍA ANTERIOR

REGLA 2: PEDIR UNA CANTIDAD FIJA (37 UNIDADES) SIN TENER EN CUENTA LA DEMANDA DEL DÍA ANTERIOR.

SE SIMULARÁ LA DEMANDA PARA LOS PRÓXIMOS 15 DÍAS, Y SE CALCULARÁN LOS BENEFICIOS DERIVADOS DE LA ADOPCIÓN DE CADA UNA DE LAS ALTERNATIVAS. SE ELEGIRÁ LA REGLA DE DECISIÓN QUE DE MAYORES BENEFICIOS

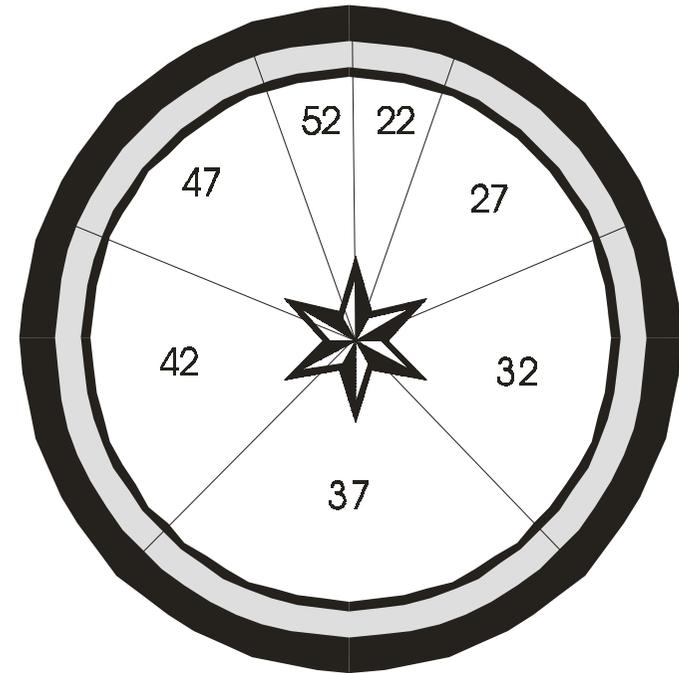
PRECIO DE VENTA = 50 u.m./unidad

PRECIO DE COMPRA = 25 u.m./unidad

MÉTODO DE MONTECARLO DE SIMULACIÓN

ASIGNACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

| Punto medio de la demanda | Frecuencia | Números aleatorios |
|---------------------------|------------|--------------------|
| 22 | 0.05 | 00 - 04 |
| 27 | 0.10 | 05 - 14 |
| 32 | 0.20 | 15 - 34 |
| 37 | 0.30 | 35 - 64 |
| 42 | 0.20 | 65 - 84 |
| 47 | 0.10 | 85 - 94 |
| 52 | 0.05 | 95 - 99 |



UTILIZACIÓN DE UNA TABLA DE NÚMEROS ALEATORIOS

| Día | Número aleatorio | Demanda | REGLA 1 | | REGLA 2 | |
|-----|------------------|---------|-------------------|--------|-------------------|--------|
| | | | Cantidad ordenada | Ventas | Cantidad ordenada | Ventas |
| 0 | | 37 | | | | |
| 1 | 27 | 32 | 37 | 32 | 37 | 32 |
| 2 | 43 | 37 | 32 | 32 | 37 | 37 |
| 3 | 85 | 47 | 37 | 37 | 37 | 37 |
| 4 | 88 | 47 | 47 | 47 | 37 | 37 |
| 5 | 29 | 32 | 47 | 32 | 37 | 32 |
| 6 | 69 | 42 | 32 | 32 | 37 | 37 |
| 7 | 94 | 47 | 42 | 42 | 37 | 37 |
| 8 | 84 | 37 | 47 | 37 | 37 | 37 |
| 9 | 32 | 32 | 37 | 32 | 37 | 32 |
| 10 | 48 | 37 | 32 | 32 | 37 | 37 |
| 11 | 13 | 27 | 37 | 27 | 37 | 27 |
| 12 | 14 | 27 | 27 | 27 | 37 | 27 |
| 13 | 54 | 37 | 27 | 27 | 37 | 37 |
| 14 | 15 | 32 | 37 | 32 | 37 | 37 |
| 15 | 47 | 37 | 32 | 32 | 37 | 37 |
| | | 587 | 550 | 500 | 555 | 515 |

Regla 1: Beneficio = $50(500) - 25(550) = 11.250$ u.m.

Regla 2: Beneficio = $50(515) - 25(555) = 11.875$ u.m.

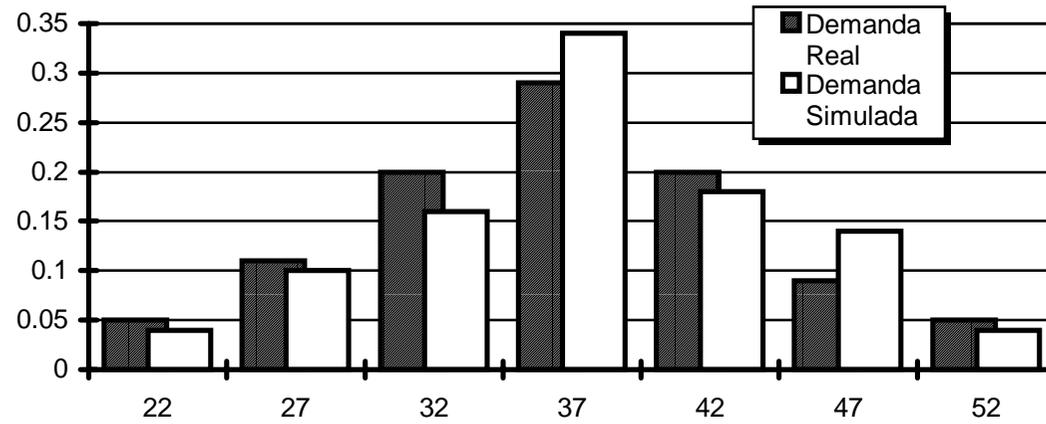


Figura 8. Lechería: demanda real versus demanda simulada.

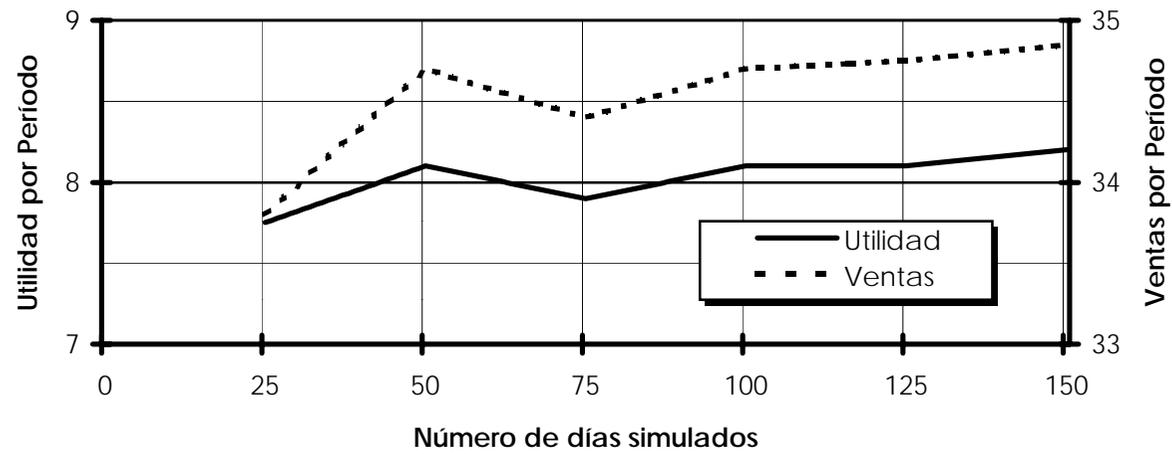


Figura 9. Resultados obtenidos versus longitud de la simulación.

RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE 100 DÍAS

| | REGLA 1 | REGLA 2 |
|-------------|---------|---------|
| Beneficios: | 749 | 810 |
| Ventas: | 1.687 | 1.735 |

VARIACIÓN EN EL PRECIO DE COMPRA

| | C=20 | | C=30 | |
|------------------|---------|---------|---------|---------|
| | Regla 1 | Regla 2 | Regla 1 | Regla 2 |
| Beneficio | 936 | 995 | 561 | 625 |

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD RESPECTO A LA CANTIDAD FIJA PEDIDA

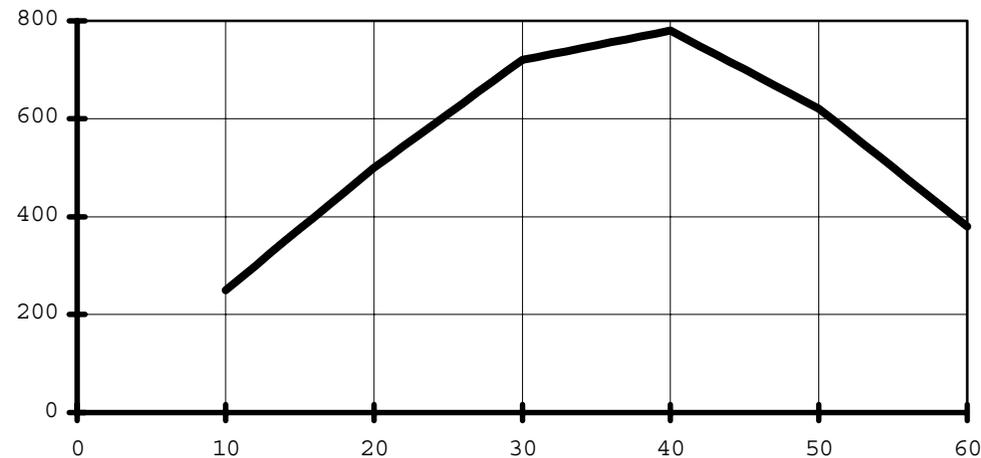


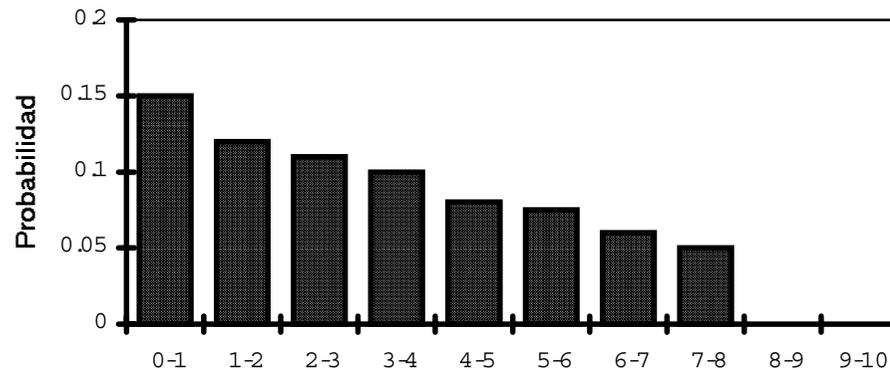
Figura 10. Análisis de sensibilidad respecto a la cantidad pedida.

MÉTODO DE SIMULACIÓN DE MONTECARLO: EJEMPLO DE SIMULACIÓN DINÁMICA CON INCREMENTOS DE TIEMPO VARIABLES.

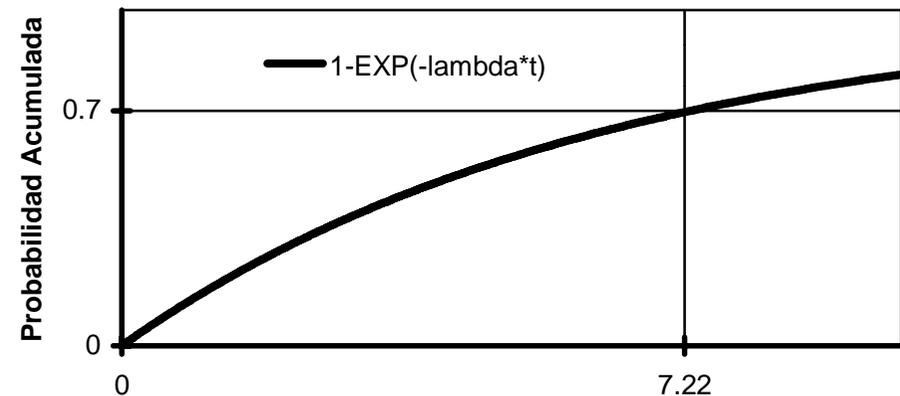
- PROCESO DE LLEGADA: EXPONENCIAL DE MEDIA 6 DÍAS
- TASA DE SERVICIO: CONSTANTE (5 DÍAS)

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - NA)$$

$$P(x \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$



(a) Intervalo entre cada llegada



(b) Intervalo entre cada llegada, t

Figura 11. Distribución de los intervalos de llegada.

| Nº de llegada | NA | Intervalo entre llegadas | Tiempo de llegada | Entrada al puerto | Tiempo en servicio | Salida del puerto | Tiempo de espera del barco | Tiempo de servicio ocioso |
|---------------|----|--------------------------|-------------------|-------------------|--------------------|-------------------|----------------------------|---------------------------|
| 1 | 44 | 3.5 | 3.5 | 3.5 | 5 | 8.5 | 0 | 3.5 |
| 2 | 18 | 1.2 | 4.7 | 8.5 | 5 | 13.5 | 3.8 | 0 |
| 3 | 45 | 3.6 | 8.3 | 13.5 | 5 | 18.5 | 5.2 | 0 |
| 4 | 52 | 4.5 | 12.8 | 18.5 | 5 | 23.5 | 5.7 | 0 |
| 5 | 14 | 0.9 | 13.7 | 23.5 | 5 | 28.5 | 9.8 | 0 |
| 6 | 91 | 15 | 28.7 | 28.7 | 5 | 33.7 | 0 | 0.2 |
| 7 | 63 | 6 | 34.7 | 34.7 | 5 | 39.7 | 0 | 1.0 |
| 8 | 70 | 7.4 | 52.1 | 52.1 | 5 | 57.1 | 0 | 12.4 |
| 9 | 72 | 7.8 | 59.9 | 59.9 | 5 | 64.9 | 0 | 2.8 |
| 10 | 57 | 5.1 | 65.0 | 65.0 | 5 | 70.0 | 0 | 0.1 |
| Total | | | | | | | 24.5 | 20 |



$$TMEspera = \frac{24,5}{10} = 2,45 \text{ días}$$