

# SIMULACIÓN

---

---

## TEMA 12.- CONCEPTOS BÁSICOS.

---

- 12.1. Introducción.
- 12.2. Clasificación de sistemas.
- 12.3. Clasificación de modelos.
- 12.4. Modelos de simulación de eventos discretos.
- 12.5. El proyecto de simulación.
- 12.6. Ventajas y desventajas de la simulación.
- 12.7. Aplicaciones empresariales de la simulación.
- 12.8. El Programa de Simulación “ARENA”.

### **12.1. Introducción.**

La simulación digital es una técnica que permite imitar (o simular) en un ordenador el comportamiento de un sistema físico o teórico según ciertas condiciones particulares de operación.

El uso de la simulación como metodología de trabajo es una actividad muy antigua, y podría decirse que inherente al proceso de aprendizaje del ser humano.

Para poder comprender la realidad y toda la complejidad que un sistema puede conllevar, ha sido necesario construir artificialmente objetos y experimentar con ellos dinámicamente antes de interactuar con el sistema real.

La simulación digital puede verse como el equivalente electrónico a este tipo de experimentación.

## 12.2. Clasificación de sistemas.

*Un sistema puede definirse como una colección de objetos o entidades que interactúan entre sí para alcanzar un cierto objetivo.*

**Estado de un sistema:** conjunto mínimo de variables necesarias para caracterizar o describir todos aquellos aspectos de interés del sistema en un cierto instante de tiempo. A estas variables las denominaremos *variables de estado*.

Atendiendo a la relación entre la evolución de las propiedades de interés y la variable independiente tiempo, los sistemas se clasifican en:

- **Sistemas Continuos:** Las variables del estado del sistema evolucionan de modo continuo a lo largo del tiempo.

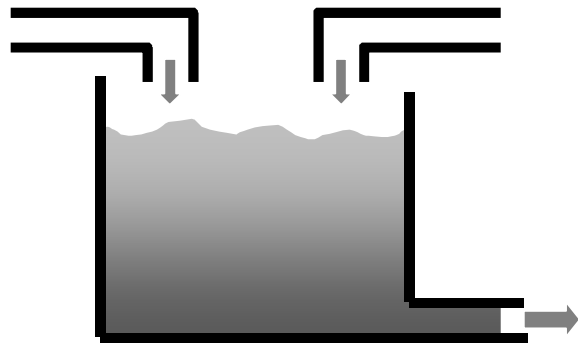


Figura 12.1. Ejemplo de sistema continuo.

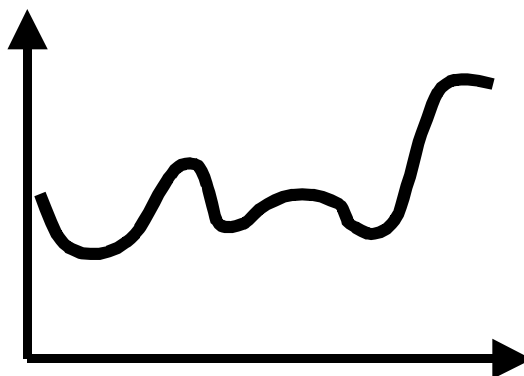


Figura 12.2. Evolución de una variable de un sistema continuo.

- **Sistemas Discretos.** Se caracterizan porque las propiedades de interés del sistema cambian únicamente en un cierto instante o secuencia de instantes, y permanecen constantes el resto del tiempo. La secuencia de instantes en los cuales el estado del sistema puede presentar un cambio, obedece normalmente a un patrón periódico (figura 12.3).

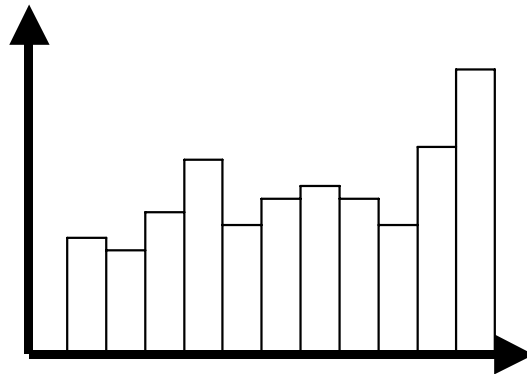


Figura 12.3. Evolución de una variable de un sistema discreto.

- **Sistemas orientados a eventos discretos.** Al igual que los sistemas discretos, se caracterizan porque las propiedades de interés del sistema cambian únicamente en una secuencia de instantes de tiempo permaneciendo constantes el resto del tiempo. La secuencia de instantes en los cuales el estado del sistema puede presentar un cambio, obedece a un patrón aleatorio (figura 12.4).

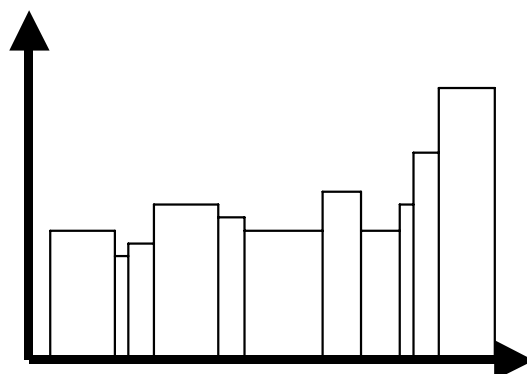


Figura 12.4. Evolución de una variable de un sistema orientado a eventos discretos.

- **Sistemas combinados.** Aquellos que combinan subsistemas que siguen filosofías continuas o discretas, respectivamente. Es el caso de los sistemas que poseen componentes que deben ser necesariamente modelados según alguno de dichos enfoques específicos.

### 12.3. Clasificación de modelos.

La descripción de las características de interés de un sistema se conoce como *modelo del sistema*, y el proceso de abstracción para obtener esta descripción se conoce como *modelado*.

Existen muchos tipos de modelos (modelos físicos, modelos mentales, modelos simbólicos) para representar los sistemas en estudio. Utilizaremos *modelos simbólicos matemáticos* como herramienta para representar las dinámicas de interés de cualquier sistema en un entorno de simulación digital.

Los modelos simbólicos matemáticos mapean las relaciones existentes entre las propiedades físicas del sistema que se pretende modelar en las correspondientes estructuras matemáticas. El tipo de formalización matemática que se utilice va a depender de las características intrínsecas de las dinámicas de interés que se quieran representar.

La descripción en términos matemáticos de un sistema real no es una metodología de trabajo propia de la simulación digital, sino que es inherente a la mayoría de las técnicas que se utilizan para solventar cualquier tipo de problema, las cuales suelen seguir unas pautas que, de modo general, se pueden resumir en:

- Reconocimiento del problema.
- Formulación del modelo matemático.
- Solución del problema matemático.
- Interpretación de los resultados matemáticos en el contexto del problema real.

Consideraciones que se deben tener en cuenta para garantizar una representación eficiente del sistema real:

- Un modelo se desarrolla siempre a partir de una serie de aproximaciones e hipótesis y, consecuentemente, representa tan sólo parcialmente la realidad.
- Un modelo se construye para una finalidad específica y debe ser formulado para que sea útil a dicho fin.
- Un modelo tiene que ser por necesidad un compromiso entre la simplicidad y la necesidad de recoger todos los aspectos esenciales del sistema en estudio.

Un buen modelo debe:

- Representar adecuadamente aquellas características del sistema que son de nuestro interés.
- Ser una representación abstracta de la realidad lo suficientemente sencilla como para facilitar su mantenimiento, adaptación y reutilización.

### **Modelos Estáticos frente a Modelos Dinámicos**

Los *Modelos Estáticos* suelen utilizarse para representar el sistema en un cierto instante de tiempo; por tanto, en su formulación no se considera el avance del tiempo.

$$STOCK = Stock\ inicial + Material\ entrada - Material\ consumido$$

Los *Modelos Dinámicos* permiten deducir cómo las variables de interés del sistema en estudio evolucionan con el tiempo.

$$Evolución\ del\ STOCK = Flujo\ de\ entrada - Flujo\ de\ salida$$

$$\frac{dS}{dt} = F_i(t) - F_o(t)$$

$$S(k + 1) = S(k) + F_i(k) - F_o(k)$$

### **Modelos Deterministas respecto a Modelos Estocásticos.**

Un modelo se denomina *Determinista* si su nuevo estado puede ser completamente definido a partir del estado previo y de sus entradas. Es decir, ofrece un único conjunto de valores de salida para un conjunto de entradas conocidas.

Los *Modelos Estocásticos* requieren de una o más variables aleatorias para formalizar las dinámicas de interés. En consecuencia, el modelo no genera un único conjunto de salidas cuando es utilizado para realizar un experimento, sino que los resultados son utilizados para estimar el comportamiento real del sistema.

### **Modelos Continuos frente a Modelos Discretos.**

Los *Modelos Continuos* se caracterizan por representar la evolución de las variables de interés de forma continua. En general suelen utilizarse ecuaciones diferenciales ordinarias si se considera simplemente la evolución de una propiedad respecto al tiempo, o bien ecuaciones en derivadas parciales si se considera también la evolución respecto a otras variables adicionales.

De modo análogo a la definición de los modelos continuos, los *Modelos Discretos* se caracterizan por representar la evolución de las variables de interés de forma discreta.

## 12.4. Modelos de simulación de eventos discretos.

Los Modelos de Eventos Discretos son *modelos dinámicos, estocásticos y discretos* en los que las variables de estado cambian de valor en instantes no periódicos del tiempo. Estos instantes de tiempo se corresponden con la ocurrencia de un evento.

Un *evento* se define como una acción instantánea que puede cambiar el estado de un modelo.

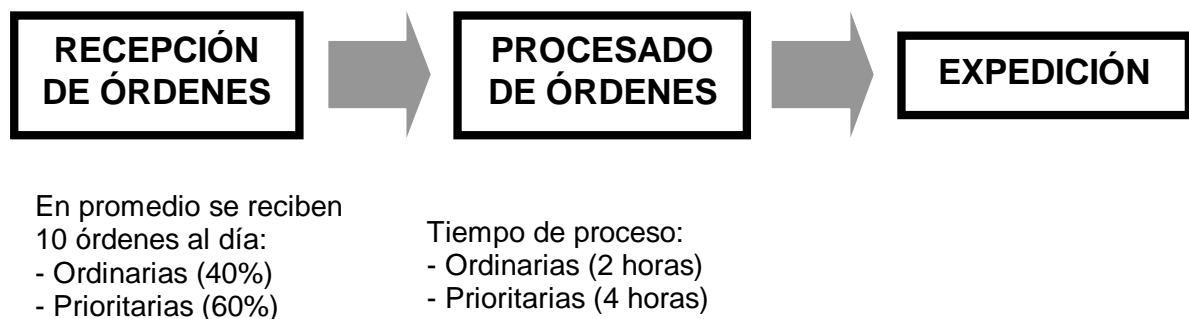


Figura 12.5. Esquema del procesamiento de órdenes.

Los parámetros más significativos del sistema son:

- Hay 4 trabajadores por cada turno diario de 8 horas.
- Se trabaja desde las 9 de la mañana hasta las 5 de la tarde. No obstante, la jornada laboral se alarga si no ha sido posible expedir todas las órdenes recibidas a lo largo del día.
- Sólo se aceptan órdenes hasta las 13 horas.
- En promedio, se reciben 10 órdenes cada día.
- Hay dos tipos de órdenes, las ordinarias (el 40%) y las prioritarias (el 60% restante).
- En promedio, una orden prioritaria requiere 4 horas de proceso, mientras que una ordinaria sólo 2 horas.

### 12.4.1. Simulación del Modelo Estático.

$$\text{órdenes ordinarias} = 4 \frac{\text{órdenes}}{\text{día}} \times 2 \frac{\text{horas}}{\text{orden}} = 8 \frac{\text{horas}}{\text{día}}$$

$$\text{órdenes prioritarias} = 6 \frac{\text{órdenes}}{\text{día}} \times 4 \frac{\text{horas}}{\text{orden}} = 24 \frac{\text{horas}}{\text{día}}$$

$$\text{capacidad necesaria} = 8 + 24 = 32 \frac{\text{horas}}{\text{día}}$$

$$\text{capacidad disponible} = 4 \frac{\text{trabajadores}}{\text{día}} \times 8 \frac{\text{horas}}{\text{trabajador}} = 32 \frac{\text{horas}}{\text{día}}$$

$$\text{porcentaje de utilización} = \frac{\text{capacidad necesaria}}{\text{capacidad disponible}} \times 100 = \frac{32}{32} \times 100 = 100\%$$

### 12.4.2. Simulación Manual del Modelo Orientado a Eventos Discretos.

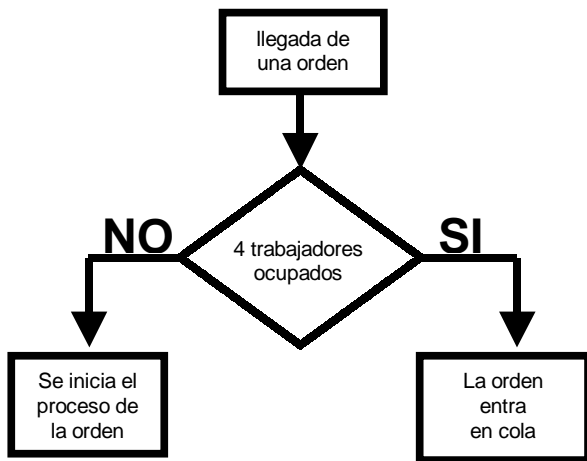


Figura 12.6. Diagrama de flujo del evento de llegada de una orden.

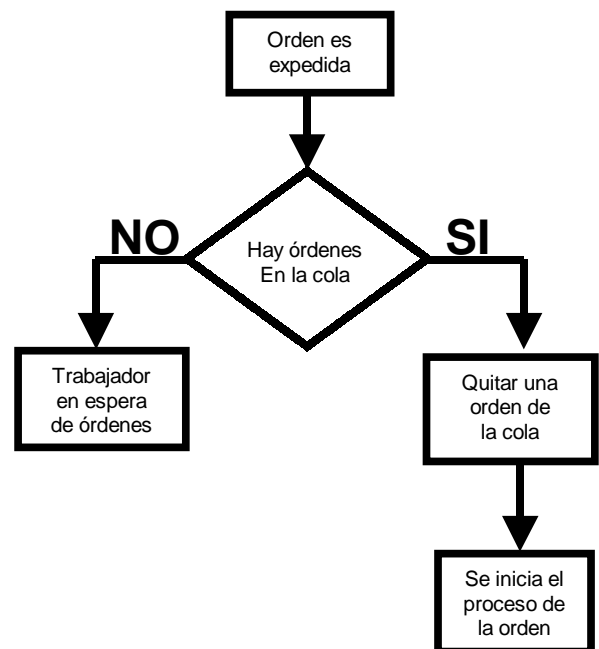


Figura 12.7. Diagrama de flujo del evento de expedición de una orden.



Tabla 12.1. Distribución de probabilidades.

Órdenes / Hora	Probabilidad (%)	Probabilidad Acumulada	Números Aleatorios
1	40	40	00 – 39
2	30	70	40 – 69
3	20	90	70 – 89
4	10	100	90 – 99

Tabla 12.2. Distribución de probabilidades.

Tipo de Orden	Probabilidad (%)	Probabilidad Acumulada	Números Aleatorios
Ordinaria	40	40	00 – 39
Prioritaria	60	100	40 – 99

Tabla 12.3. Resumen de la simulación del proceso de llegada de órdenes.

Hora	Número Aleatorio	Número de llegadas	Numero Aleatorio	Tipo de orden
9 horas	54	2	02	Ordinaria
			38	Ordinaria
10 horas	12	1	11	Ordinaria
11 horas	36	1	78	Prioritaria
12 horas	60	2	21	Ordinaria
			47	Prioritaria
13 horas	90	4	92	Prioritaria
			50	Prioritaria
			82	Prioritaria
			44	Prioritaria

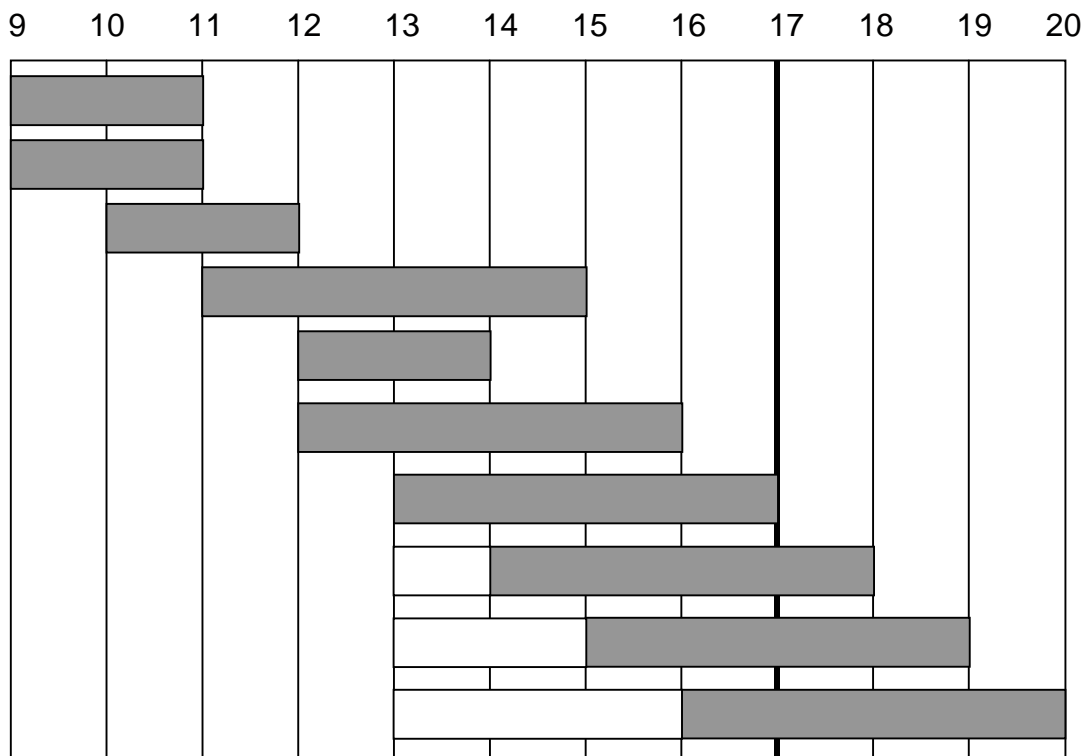


Figura 12.8. Diagrama de la simulación manual.

Tabla 12.4. Tabla de la simulación manual del procesado de órdenes.

Hora	Número de orden	Tipo de orden	Tipo de evento	Número en cola	Número en sistema	Tiempo en cola	Tiempo en el sistema
9	1	Ordinaria	Llegada	0	1	-	-
9	2	Ordinaria	Llegada	0	2	-	-
10	3	Ordinaria	Llegada	0	3	-	-
11	1	Ordinaria	Expedición	0	2	-	2 h.
11	2	Ordinaria	Expedición	0	1	-	2 h.
11	4	Prioritaria	Llegada	0	2	-	-
12	3	Ordinaria	Expedición	0	1	-	2 h.
12	5	Ordinaria	Llegada	0	2	-	-
12	6	Prioritaria	Llegada	0	3	-	-
13	7	Prioritaria	Llegada	0	4	-	-
13	8	Prioritaria	Llegada	1	5	-	-
13	9	Prioritaria	Llegada	2	6	-	-
13	10	Prioritaria	Llegada	3	7	-	-
14	5	Ordinaria	Expedición	2	6	-	2 h.
15	4	Prioritaria	Expedición	1	5	-	4 h.
16	6	Prioritaria	Expedición	0	4	-	4 h.
17	7	Prioritaria	Expedición	0	3	-	4 h.
19	8	Prioritaria	Expedición	0	2	1 h.	5 h.
19	9	Prioritaria	Expedición	0	1	2 h.	6 h.
20	10	Prioritaria	Expedición	0	0	3 h.	7 h.

$$\text{tiempo de ciclo promedio para órdenes ordinarias} = \frac{2 + 2 + 2 + 2 \text{ horas}}{4 \text{ órdenes}} = 2 \frac{\text{horas}}{\text{orden}}$$

$$\text{tiempo de ciclo promedio para órdenes prioritarias} = \frac{4 + 4 + 4 + 5 + 6 + 7 \text{ horas}}{6 \text{ órdenes}} = 5 \frac{\text{horas}}{\text{orden}}$$

$$\text{tiempo promedio en la cola} = \frac{0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 2 + 3 \text{ horas}}{10 \text{ órdenes}} = 0,6 \frac{\text{horas}}{\text{orden}}$$

$$\text{tiempo máximo en la cola} = 3 \text{ horas}$$

$$\text{nivel de servicio promedio} = \frac{7 \text{ órdenes a tiempo}}{10 \text{ órdenes}} \times 100 = 70\%$$

3 trabajadores han tenido que trabajar un total de 6 horas extras para completar las órdenes

### 12.4.3. Simulación digital mediante un lenguaje de propósito general.

### 12.4.4. Simulación mediante un Entorno de Simulación.

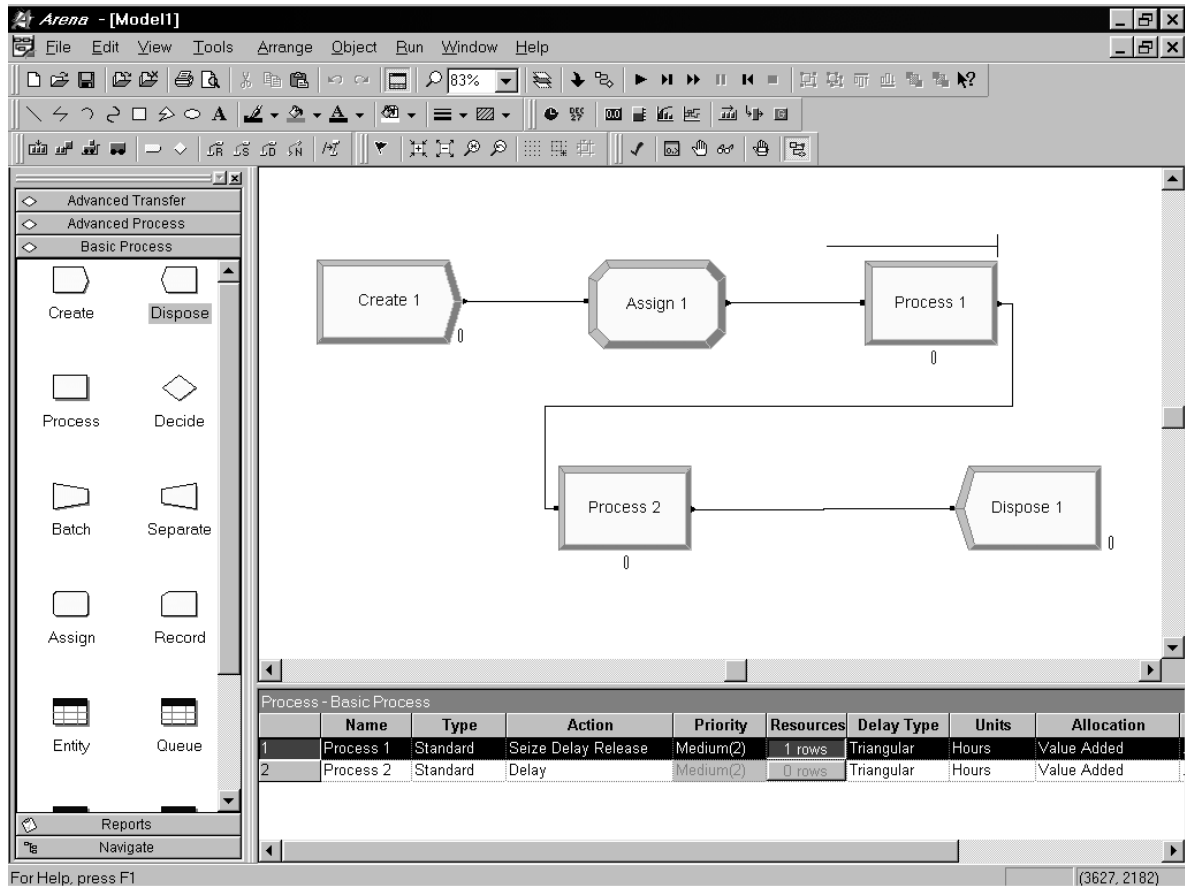


Figura 12.9. Interfaz gráfico de modelado en el simulador Arena.

## 12.5. El proyecto de simulación.

Tabla 12.5. Etapas de un proyecto de simulación.

<b>Etapa</b>	<b>Descripción</b>
Formulación del problema.	Define el problema que se pretende estudiar. Incluye por escrito sus objetivos.
Diseño del modelo conceptual.	Especificación del modelo a partir de las características de los elementos del sistema que se quiere estudiar y sus interacciones teniendo en cuenta los objetivos del problema.
Recogida de datos.	Identificar, recoger y analizar los datos necesarios para el estudio.
Construcción del modelo.	Construcción del modelo de simulación partiendo del modelo conceptual y de los datos.
Verificación y validación.	Comprobar que el modelo se comporta como es de esperar y que existe la correspondencia adecuada entre el sistema real y el modelo.
Análisis.	Analizar los resultados de la simulación con la finalidad de detectar problemas y recomendar mejoras o soluciones.
Documentación.	Proporcionar documentación sobre el trabajo efectuado.
Implementación.	Poner en práctica las decisiones efectuadas con el apoyo del estudio de simulación.

## **12.6. Ventajas y desventajas de la simulación.**

- Permite analizar el efecto sobre el rendimiento global de un sistema, de pequeños cambios realizados en una o varias de sus componentes
- A partir de la experimentación con un modelo, es posible analizar los efectos sobre el sistema real de cambios organizativos, o de cambios en la gestión de la información.
- El análisis del modelo del sistema puede permitir la sugerencia de posibles mejoras del sistema real, así como detectar las variables más influyentes en el rendimiento del mismo.
- Permite la experimentación en condiciones que podrían ser peligrosas o de elevado coste económico en el sistema real.
- La simulación suele ser utilizada también con una perspectiva pedagógica para ilustrar y facilitar la comprensión de los resultados que se obtienen mediante la técnicas analíticas.

En resumen:

- Permite responder muy satisfactoriamente a preguntas del tipo “qué ocurriría si realizamos este cambio en ...”
- Contribuye a la reducción del riesgo inherente a la toma de decisiones.

Inconvenientes:

1. Soluciones no exactas.
2. Existe el riesgo de tomar malas decisiones basadas en modelos de simulación que no han sido validados y verificados adecuadamente.

## 12.7. Aplicaciones empresariales de la simulación.

**Procesos de fabricación.** Fue una de las primeras áreas beneficiadas por estas técnicas. La simulación se emplea tanto para el diseño como para la ayuda a la toma de decisiones operacionales.

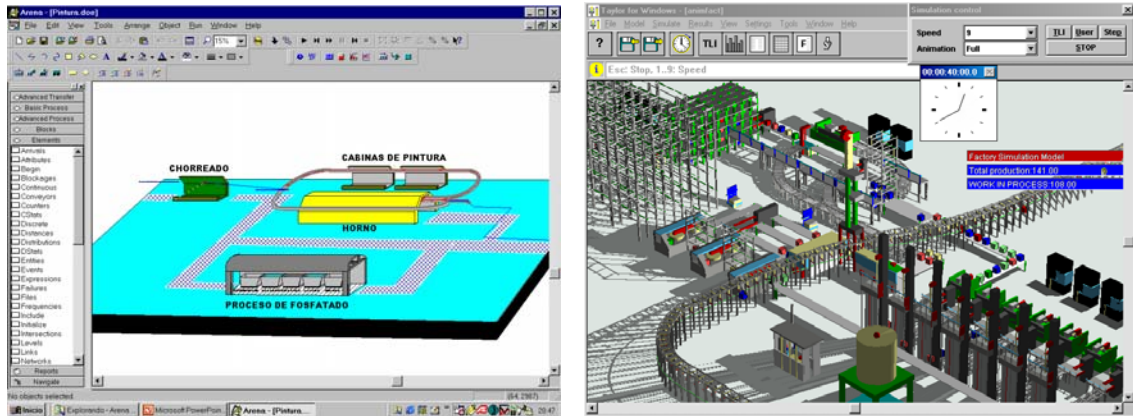


Figura 12.10. Ejemplos de modelos de simulación para el análisis y mejora de procesos productivos.

**Logística.** La simulación contribuye de forma significativa a la mejora de los procesos logísticos en general. Dentro de esta área, se incluye tanto una cadena completa de suministros, como la gestión de inventarios de un almacén.

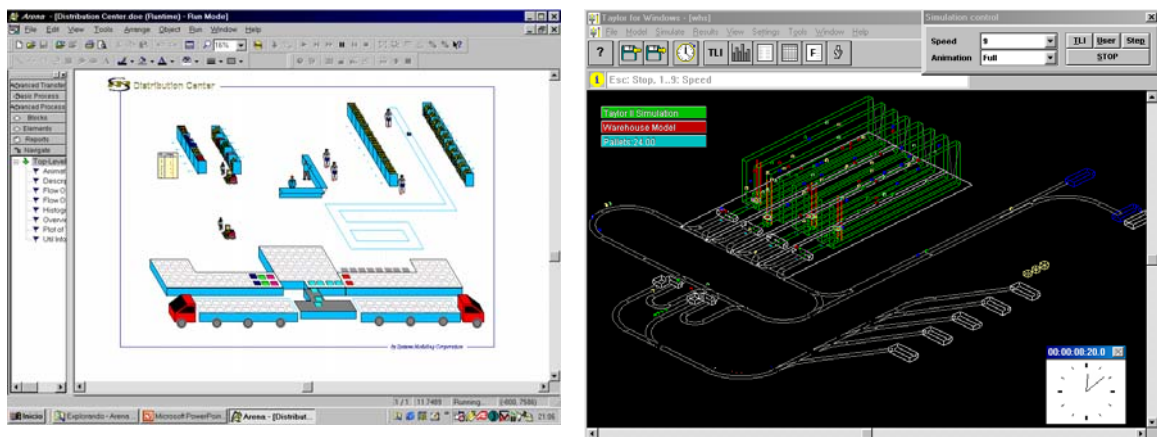


Figura 12.11. Ejemplos de aplicación de la simulación a procesos logísticos.

## Transporte.

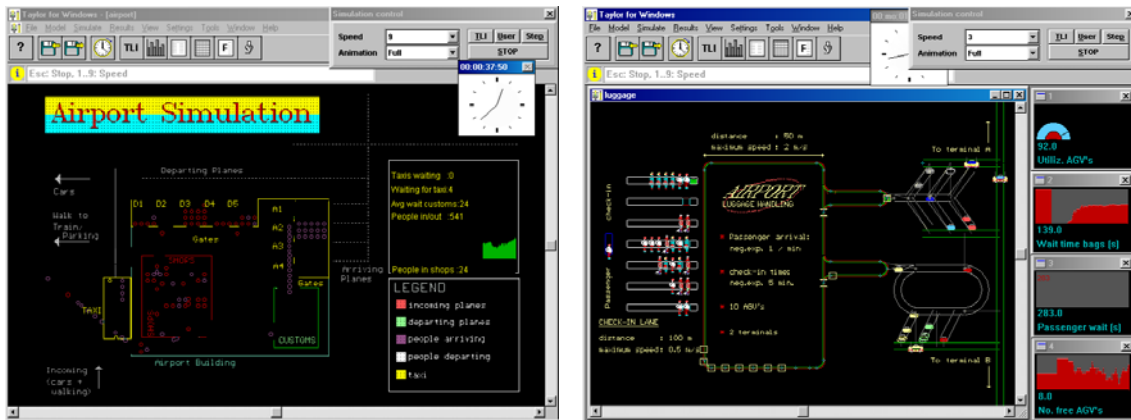


Figura 12.12. Aplicación de la simulación en el campo del transporte.

**Sanidad.** Se emplea tanto para la mejora de un departamento hospitalario, como en la logística asociada a los trasplantes o a la coordinación médica de una región.

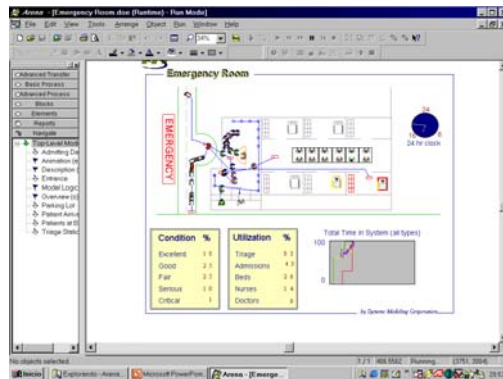


Figura 12.13. Aplicación al servicio de emergencias de un hospital.

**Negocios** (Business Processing). Simulación de los procesos administrativos y de negocio de una empresa. En esta área están teniendo mucho éxito los juegos de empresa en los que a través de la simulación de los efectos de las decisiones que se van tomando se puede entrenar a los directivos.

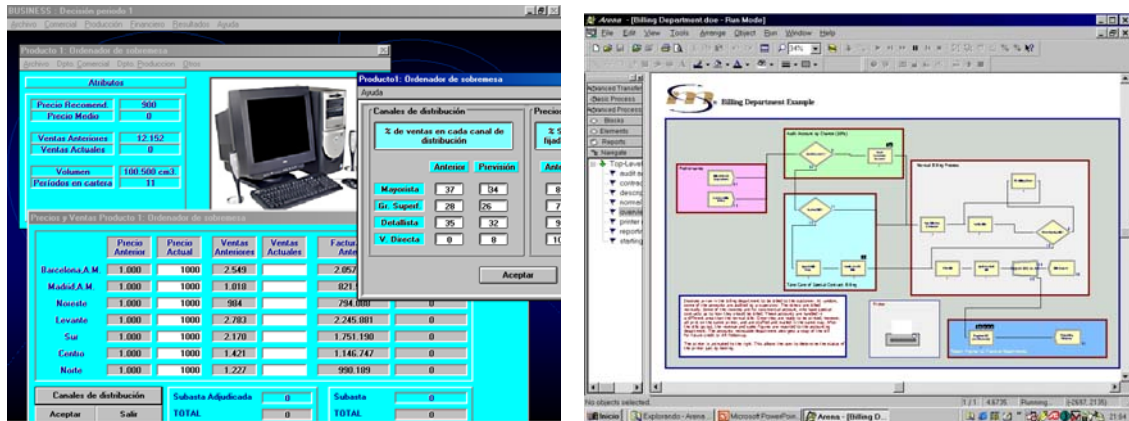


Figura 12.14. Aplicaciones en el campo de la simulación de negocios.

**Servicios en general.** Servicios públicos, gestión de restaurantes, banca, empresas de seguros, etc.

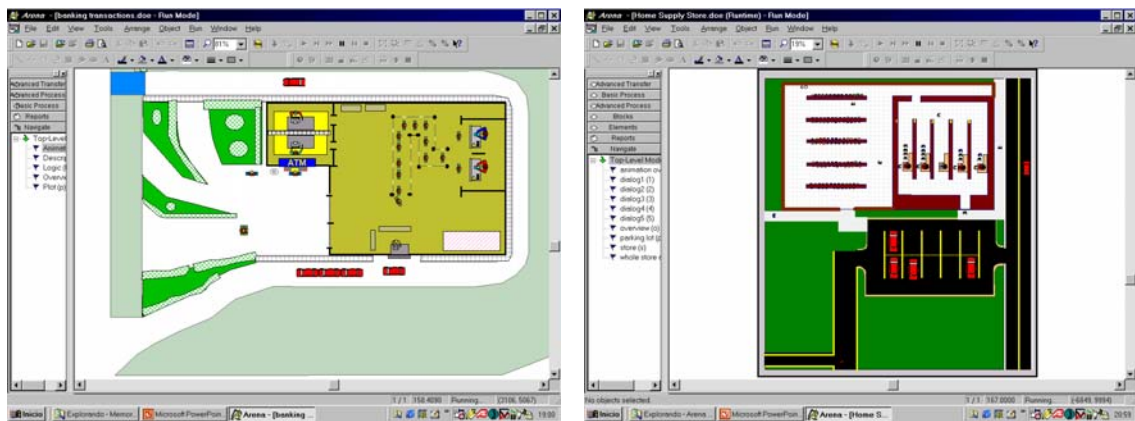


Figura 12.15. Simulación de un banco y de un pequeño supermercado.



## 12.8. El Programa de Simulación “ARENA”.

En este apartado se hará un breve resumen de los métodos de modelado de sistemas aplicando el programa de simulación *ARENA* (de Systems Modeling Corporation, [www.sm.com](http://www.sm.com)). Utilizando ejemplos sencillos, se irá haciendo un recorrido por las posibilidades del programa para simular cualquier tipo de sistema.

### Elementos de un modelo de ARENA.

**Entidades.** La mayoría de las simulaciones incluyen “entidades” que se mueven a través del modelo, cambian de estado, afectan y son afectadas por otras entidades y por el estado del sistema, y afectan a las medidas de eficiencia. Son los elementos dinámicos del modelo, habitualmente se crean, se mueven por el modelo durante un tiempo y finalmente abandonan el modelo. En un proceso sencillo de fabricación, como el que analizamos en el primer ejemplo, las entidades serán las piezas que son creadas, pasan a la cola si la máquina que debe procesarlas está ocupada, entran en la máquina cuando ésta queda libre, y abandonan el sistema cuando salen de la máquina. En este caso sólo habrá un tipo de entidades (aunque puede haber simultáneamente varias “copias” de la entidad circulando por el diagrama), pero en un caso general podría haber muchos tipos de entidades distintas (y muchas copias de cada una de ellas), que representarían distintos tipos de piezas, de diferentes características, prioridades, rutas, etc.

**Atributos.** Para individualizar cada entidad, se le pueden unir distintos “atributos”. Un atributo es una característica de todas las entidades, pero con un valor específico que puede diferir de una entidad a otra. Por ejemplo, en el primer ejemplo, nuestras entidades (piezas), podrían tener unos atributos denominados *Hora de Llegada*, *Fecha de Entrega*, *Prioridad* y *Color* para indicar esas características para cada entidad individual. Arena hace un seguimiento de algunos atributos de manera automática, pero será

necesario definir, asignar valores, cambiar y usar atributos específicos, en cada sistema que se desee simular.

***Variables (Globales).*** Una variable es un fragmento de información que refleja alguna característica del sistema, independientemente de las entidades que se muevan por el modelo. Se pueden tener muy diferentes variables en un modelo, pero cada una es única. Existen dos tipos de variables: las variables prefijadas de Arena (número de unidades en una cola, número de unidades ocupadas de un recurso, tiempo de simulación, etc.) y las variables definibles por el usuario (número de unidades en el sistema, turno de trabajo, etc.) Contrariamente a los atributos, las variables no están unidas a ninguna entidad en particular, sino que pertenecen al sistema en su conjunto. Las entidades pueden variar el valor de las variables en algún momento, por ejemplo, la variable *Número de Unidades en el Sistema* cambiará de valor cuando se crea o se elimina una entidad.

***Recursos.*** Las entidades compiten por ser servidas por recursos que representan cosas como personal, equipo, espacio en un almacén de tamaño limitado, etc. Una o varias unidades de un recurso libre son *asignadas* a una entidad, y son *liberadas* cuando terminan su trabajo. Una entidad podría recibir simultáneamente servicio de varios recursos (por ejemplo una máquina y un operario)

***Colas.*** Cuando una entidad no puede continuar su movimiento a través del modelo, a menudo porque necesita un recurso que está ocupado, necesita un espacio donde esperar que el recurso quede libre, ésta es la función de las colas. En Arena, cada cola tendrá un nombre y podría tener una capacidad para representar, por ejemplo, un espacio limitado de almacenamiento.

***Acumuladores de estadísticas.*** Para obtener las medidas de eficiencia finales, podría ser conveniente hacer un seguimiento de algunas variables intermedias en las que se calculan estadísticas, por ejemplo: el número total de piezas producidas, el tiempo total consumido en la cola, el número de unidades que han pasado por la

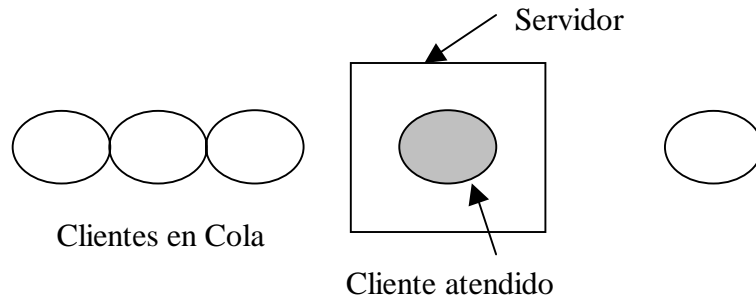
cola (necesitaremos este valor para calcular el tiempo medio en cola), el mayor tiempo invertido en la cola por una entidad, el tiempo total en el sistema (en cola más procesado), el mayor tiempo consumido en el sistema por una entidad, etc. Todos estos acumuladores deberían ser inicializados a 0, y cuando sucede algún hecho en el sistema, se tendrán que actualizar los acumuladores afectados.

**Eventos.** Un evento es algo que sucede en un instante determinado de tiempo en la simulación, que podría hacer cambiar los atributos, variables, o acumuladores de estadísticas. En nuestro ejemplo sencillo, sólo hay tres tipos de eventos: **Llegada** de una nueva pieza al sistema, **Salida** de una pieza del sistema cuando finaliza el tiempo de procesado en la máquina, y **Final** de la simulación, cuando se cumple el tiempo previsto.

**Reloj de la Simulación.** El valor del tiempo transcurrido, se almacena en una variable denominada *Reloj de Simulación*. Este reloj irá avanzando de evento en evento, ya que al no cambiar nada entre eventos, no es necesario gastar tiempo llegando de uno a otro.

## **Ejemplo de modelado de un sistema sencillo**

Para introducir los conceptos fundamentales de la metodología de simulación con Arena, vamos a modelar un sistema simple: Se trata de un sencillo sistema de atención al público. Los clientes llegan a la instalación, si el servidor está ocupado atendiendo a otro cliente, el que acaba de llegar se une a la cola. Si, por el contrario, el servidor está libre, el cliente pasa inmediatamente a ser atendido. Cuando el servidor acaba la atención a un cliente, comenzará a servir al que estuviera en la primera posición de la cola, y si un hubiera nadie, quedaría desocupado.



Vamos a suponer que los clientes llegan al sistema según una distribución exponencial de media 5 minutos; el tiempo que el servidor emplea en atender a un cliente se distribuye según una función triangular de tiempo mínimo 1 minuto, modal 4 y máximo 8 minutos. Haremos una simulación de 15 minutos y calcularemos:

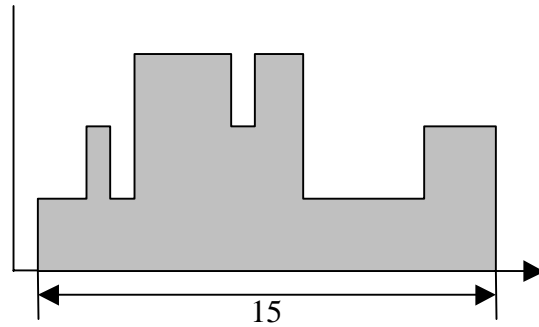
- El número total de clientes atendidos
- El valor medio del tiempo de espera en la cola. Si  $D_i$  es el tiempo que pasó en la cola el  $i$ -ésimo cliente, y  $N$  es el número de clientes que pasaron por la cola, el valor medio buscado será:

$$\frac{\sum_{i=1}^N D_i}{N}$$

En Arena, este tipo de estadísticas se denominan **Tally Statistics**, debido a que el valor de la estadística se va calculando al mismo tiempo que las entidades van pasando por el punto donde se calcula.

- El valor más alto del tiempo de espera en la cola.
- El número medio de clientes esperando en la cola. Este valor se calcula como la media ponderada de las posibles longitudes de la cola (0, 1, 2, ...), ponderada por la proporción de tiempo de simulación que en la cola había ese número de clientes. Si llamamos  $Q(t)$  al número de clientes en la cola en cualquier momento  $t$ , el valor medio buscado será el área bajo la curva, dividido por la longitud de la simulación 15.

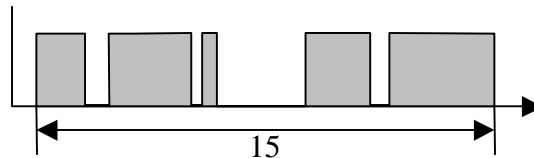
$$\frac{\int_0^{15} Q(t)}{15}$$



Este tipo de estadísticas persistentes en el tiempo (*Time-Persistent Variable*) son comunes en simulación. Ésta indica el número medio en la cola, lo que puede ser interesante para asignar el espacio adecuado.

- El máximo número de clientes que ha habido en la cola en un momento determinado.
- Los valores medio y máximo del tiempo que un cliente permanece en el sistema (en la cola más siendo atendido). El valor medio será una estadística de tipo *Tally*.
- La utilización del servidor, definida como el porcentaje del tiempo en que el servidor está ocupado. Se trata de otra estadística persistente en el tiempo, en este caso la función  $B(t)$  solo puede tomar dos valores 0, cuando el servidor está libre y 1 cuando está ocupado.

$$\frac{\int_0^{15} B(t)}{15}$$

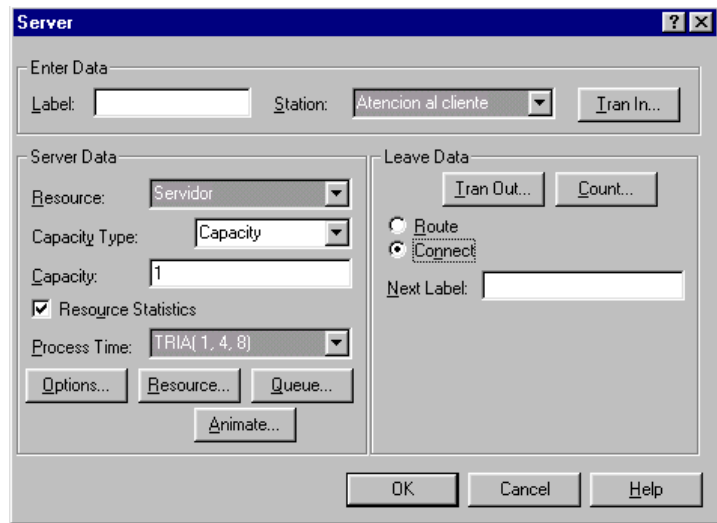
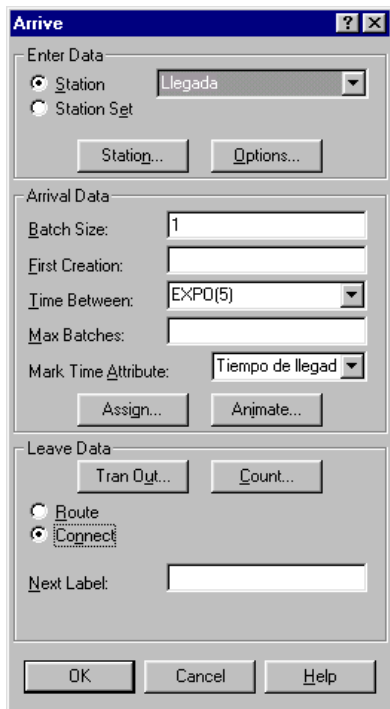


Para modelar el sistema con Arena, se irán arrastrando los módulos adecuados al diagrama. En primer lugar se cogerá el modulo “Arrive” con el que se modelará el proceso de llegada de los clientes al sistema. Haciendo “doble clic” sobre el dibujo del módulo aparecerá una ventana en la que se introducirán los datos relativos a la llegada de los clientes al sistema:

Enter Data	
Station	Llegada
Arrival Data	
Time Between	EXPO(5)
Mark Time Attribute	Tiempo de llegada

Leave Data  
Connect

*Seleccionar*



Para simular el proceso de servicio, se arrastrará el módulo “Server” al diagrama (si se seleccionó la opción “Connect” en el módulo anterior, el servidor aparecerá ya conectado al módulo de llegada). Haciendo doble clic en el símbolo del servidor se podrán introducir las características del proceso de atención a los clientes:

---

Enter Data  
Station      Atención al cliente

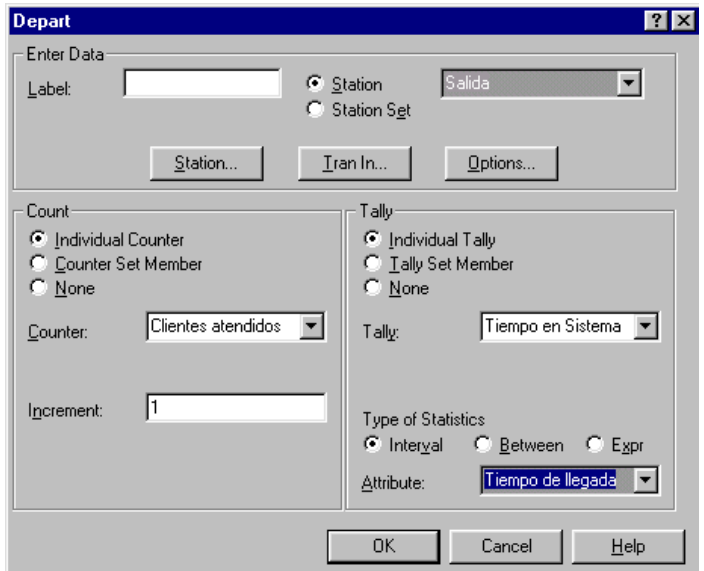
---

Arrival Data  
Process Time    TRIA(1,4,8)

---

Leave Data  
Connect      *Seleccionar*

---



Para modelar el proceso de salida del sistema se escogerá el módulo “Depart”, en el que se introducirán los datos relativos al proceso de salida de los clientes de la instalación, además de algunas de las estadísticas que se recopilarán:

---

Enter Data	
Station	Salida

---

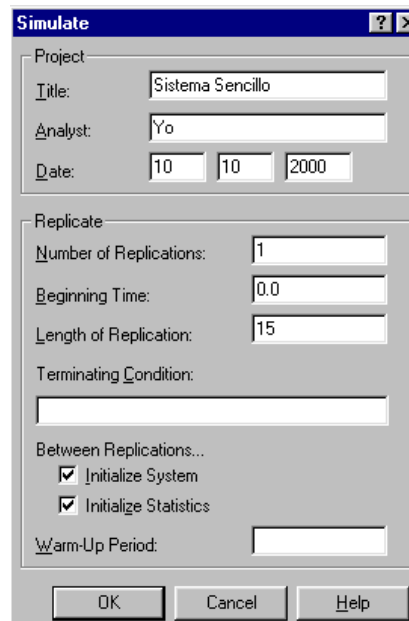
Count	
Individual Counter	
Counter	Clientes atendidos

---

Tally	
Individual Tally	
Tally	Tiempo en Sistema
Attribute	Tiempo de llegada

---

Las características de la simulación se introducen en el módulo “Simulate”:




---

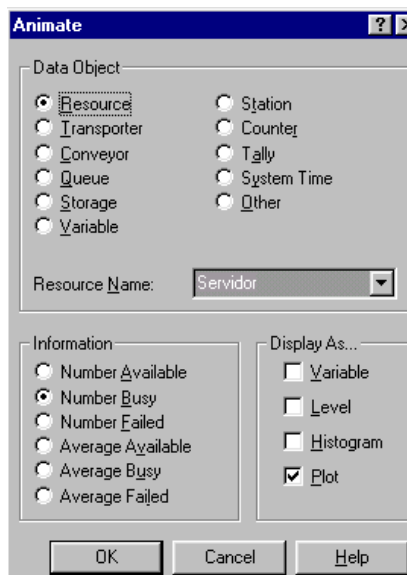
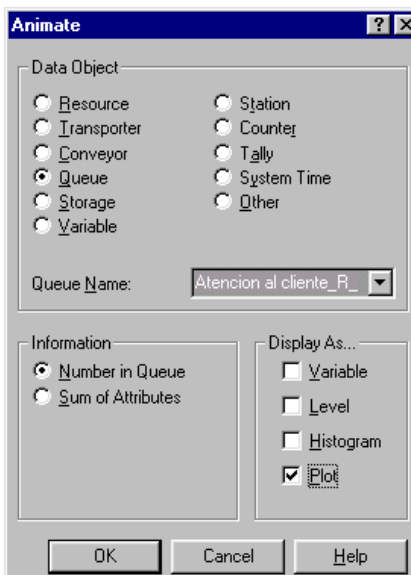
Project		
Title	Sistema Sencillo	
Analyst	Yo	
Date	10-10-1962	

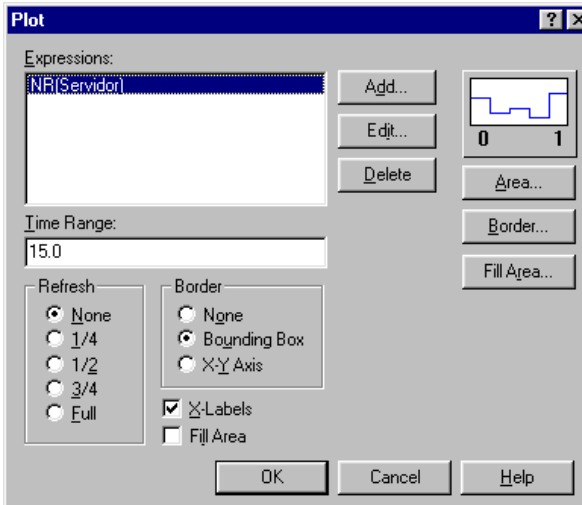
---

Replicate		
Length of Replication	15	

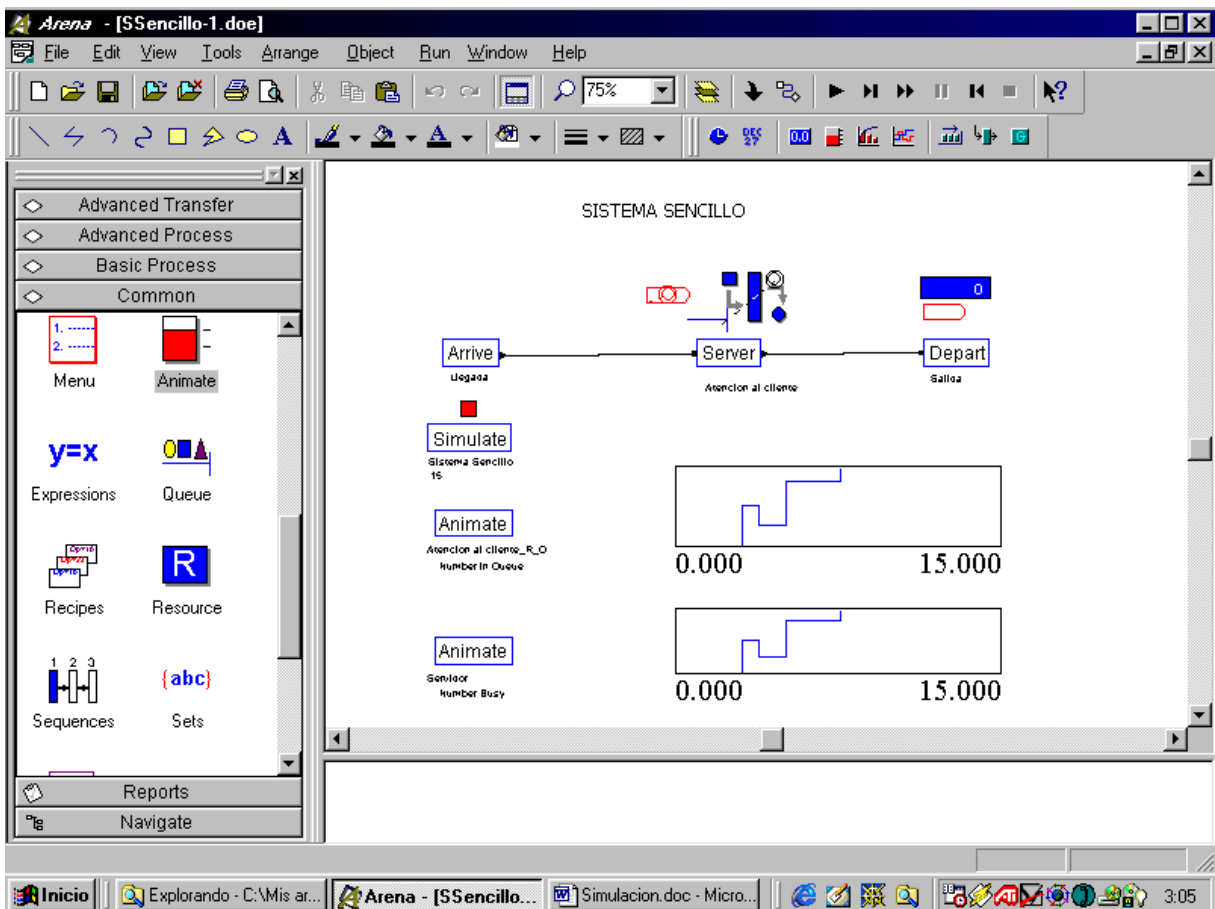
---

Utilizando dos módulos “Animate” añadiremos dos gráficos, que nos proporcionarán información sobre el número de clientes en la cola y la ocupación del servidor.





Por último, se puede añadir el título “SISTEMA SENCILLO”, para identificar el modelo. De esta manera, el modelo esta listo para ser ejecutado.







tiene dos opciones: conseguir que el empleado de la ventanilla trabaje más rápido, o poner más empleados conservando la misma tasa de servicio. Evaluar las dos posibilidades.

## **EJEMPLO 2: SIMULACIÓN DE PROCESOS DE FABRICACIÓN CON ARENA**

Se trata de simular el proceso de fabricación de un producto que está compuesto por 3 elementos: 2 tapas (la superior y la inferior, y el interior).

Las tapas llegan a la línea de fabricación según un proceso de Poisson de media 5 tapas/hora. El 50% son tapas superiores y el otro 50% inferiores. Una vez recibidas, es necesario pintarlas, para lo que pasan de una en una; por un proceso de pintura cuya duración es independiente de la clase de tapa que se trate; se ha comprobado que se distribuye según una triangular de tiempo mínimo 6, medio 9 y máximo 12 minutos. Hay un control de calidad del proceso de pintura que separa las tapas correctamente pintadas (el 95%) de las defectuosas, las cuales vuelven al proceso de pintura de nuevo.

Por otra parte, el elemento interior del producto final, llega a la línea de fabricación empaquetado en cajas de 3 unidades, siguiendo una distribución exponencial de media 64 minutos. El proceso de desempaquetado lo realiza una máquina que tarda en realizar el trabajo un tiempo que se distribuye según una uniforme entre 30 y 50 minutos. Además, esta misma máquina separa las unidades defectuosas (el 10%) y las envía a chatarra.

Posteriormente, se tiene una máquina que hace el ensamblaje de una tapa superior, una inferior y un elemento interior para constituir el producto final. El tiempo de ensamblado se distribuye según una normal de media 15 minutos y varianza 10 minutos.

Se trata de simular el proceso para calcular cuantas unidades del producto final es posible fabricar en 1 mes (30 días) con jornadas de 8 horas.

### **EJEMPLO 3: SIMULACIÓN DE DISTINTOS TRANSPORTES CON ARENA**

Las piezas llegan al primer proceso de una en una, con una media de 10 unidades/hora (Poisson); la mitad son de color ROJO y la otra mitad AZULES. En el primer proceso se dispone de 2 máquinas iguales que realizar el trabajo tardando un tiempo que se distribuye según una triangular de tiempos mínimo, modal y máximo, de 5, 8 y 10 minutos respectivamente. Cuando finaliza este primer trabajo, se mandan las piezas al departamento 2 utilizando un transporte directo (“*ROUTE*”) que tarda 12 minutos. En el departamento 2, se agrupan las piezas en cajas de 6 unidades del mismo color. Las cajas son mandadas al departamento 3 a través de una cinta transportadora (“*CONVEYOR*”), de 100 metros de longitud y que se mueve a una velocidad constante de 200 metros/hora.

En el departamento 3 se sacan las unidades de las cajas, y se procesan de una en una en una máquina que tarda un tiempo que se distribuye uniformemente entre 4 y 8 minutos. El producto ya finalizado se mete otra vez en cajas de 10 unidades del mismo color que se llevarán al almacén 1 si son rojas, y al almacén 2 si son azules. Para ello se utilizará una carretilla eléctrica (“*TRANSPORTER*”), que se moverá a una velocidad de 30 km/hora si va vacía, y 10 km/hora cuando va llena. La distancia hasta el almacén 1 es de 6 km, y de 10 km al almacén 2.

## Tabla de Números Aleatorios.

27767	43584	85301	88977	29490	69714	94015	64874	32444	48277
13025	14338	54066	15243	47724	66733	74108	88222	88570	74015
80217	36292	98525	24335	24432	24896	62880	87873	95160	59221
10875	62004	90391	61105	57411	06368	11748	12102	80580	41867
54127	57326	26629	19087	24472	88779	17944	05600	60478	03343
60311	42824	37301	42678	45990	43242	66067	42792	95043	52680
49739	71484	92003	98086	76668	73209	54244	91030	45547	70818
78626	51594	16453	94614	39014	97066	30945	57589	31732	57260
66692	13986	99837	00582	81232	44987	69170	37403	86995	90307
44071	28091	07362	97703	76447	42537	08345	88975	35841	85771
59820	96163	78851	16499	87064	13075	73035	41207	74699	09310
25704	91035	26313	77463	55387	72681	47431	43905	31048	56699
22304	90314	78438	66276	18396	73538	43277	58874	11446	16082
17710	59621	15292	76139	59526	52113	53856	30743	08670	84741
25852	58905	55018	56374	35824	71708	30540	27886	61732	75454
46780	56487	75211	10271	36633	68424	17374	52003	70707	70214
59849	96169	87195	46092	26787	60939	59202	11973	02902	33250
47670	07654	30342	40277	11049	72049	83012	09832	25571	77628
94304	71803	73465	09819	58869	35220	09504	96412	90193	79568
08105	59987	21437	36786	49226	77837	98524	97831	65704	09514
64281	61826	18555	64937	64654	25843	41145	42820	14924	39650
66847	70495	32350	02985	01755	14750	48968	38603	70312	05682
72461	33230	21529	53424	72877	17334	39283	04149	90850	64618
21032	91050	13058	16218	06554	07850	73950	79552	24781	89483
95362	67011	06651	16136	57216	39618	49856	99326	40902	05069
49712	97380	10404	55452	09971	59481	37006	22186	72682	07385
58275	61764	97586	54716	61459	21647	87417	17198	21443	41808
89514	11788	68224	23417	46376	25366	94746	49580	01176	28838
15472	50669	48139	36732	26823	05511	12459	91314	80582	71944
12120	86124	51247	44302	87112	21476	14713	71181	13177	55292
95294	00566	70481	06905	21785	41101	49386	54480	23604	23554
66986	34099	74474	20740	47458	64809	06312	88940	15995	69321
80620	51790	11436	38072	40405	68032	60942	00307	11897	92674
55411	85667	77535	99892	71209	92061	92329	98932	78284	46347
95083	06783	28102	57816	85561	29671	77936	63574	31384	51924
90726	57166	98884	08583	93889	57067	38101	77756	11657	13897
68984	83620	89747	98882	92613	89719	39641	69457	91339	22502
36421	16489	18059	51061	67667	60631	84054	40455	99396	63680
92638	40333	67054	16067	24700	71594	47468	03577	57649	63266
21036	82808	77501	97427	76479	68562	43321	31370	28977	23896
13173	33365	41468	85149	49554	17994	91178	10174	29420	90438
86716	38746	94559	37559	49678	53119	98189	81851	29651	84215
92581	02262	41615	70360	64114	56861	96717	54244	10701	41393
12470	56500	50273	93113	41794	86861	39448	93136	25722	08564
01016	00857	41396	80504	90670	08289	58137	17820	22751	36518
34030	60726	25807	24260	71529	78920	47648	13885	70669	93406
50259	46345	06170	97965	88302	98041	11947	56203	19324	20504
73959	76145	60808	54444	74412	81105	69181	96845	38525	11600
46874	37088	80940	44893	10408	36222	14004	23153	69249	05747
60883	52109	19516	90120	46759	71643	62342	07589	08899	05985

## ***APLICACIONES DE LA SIMULACIÓN***

1. DISEÑO DE LAS INSTALACIONES. ESTA APLICACIÓN EVALÚA EL TAMAÑO DE LAS INSTALACIONES O EL NÚMERO DE EMPLEADOS QUE SE REQUIEREN.
2. PLANIFICACIÓN AGREGADA. EVALUACIÓN DEL COSTE DE PLANES ALTERNATIVOS.
3. PROGRAMACIÓN. SECUENCIACIÓN DE TAREAS EN TODO TIPO DE PROCESOS.
4. GESTIÓN DE INVENTARIO. SE SIMULAN LAS REGLAS DE DECISIÓN PROPUESTAS PARA CALCULAR COSTES Y EFECTO EN EL SERVICIO AL CLIENTE.
5. PLANIFICACIÓN DE REQUERIMIENTOS DE MATERIALES. EVALUAR EL EFECTO DE LOS CAMBIOS PROPUESTOS EN EL PLAN DE PRODUCCIÓN.
6. SIMULACIÓN DE SISTEMAS ECONÓMICOS. EVALUAR EL EFECTO DE DECISIONES (DEVALUACIÓN DE LA MONEDA, EL IMPUESTO AL VALOR AÑADIDO, ETC.) EN LAS DEMÁS VARIABLES MACROECONÓMICAS.
7. SIMULACIÓN DE ESTADOS FINANCIEROS. PERMITE ANALIZAR ESTRATEGIAS QUE LLEVARÁN A LA ORGANIZACIÓN AL LOGRO DE SUS OBJETIVOS Y METAS DE CORTO, MEDIO Y LARGO PLAZO.

## *METODOLOGÍA DE SIMULACIÓN (1)*

1

FORMULACIÓN DEL  
PROBLEMA Y PLANIFICACIÓN  
DEL ESTUDIO

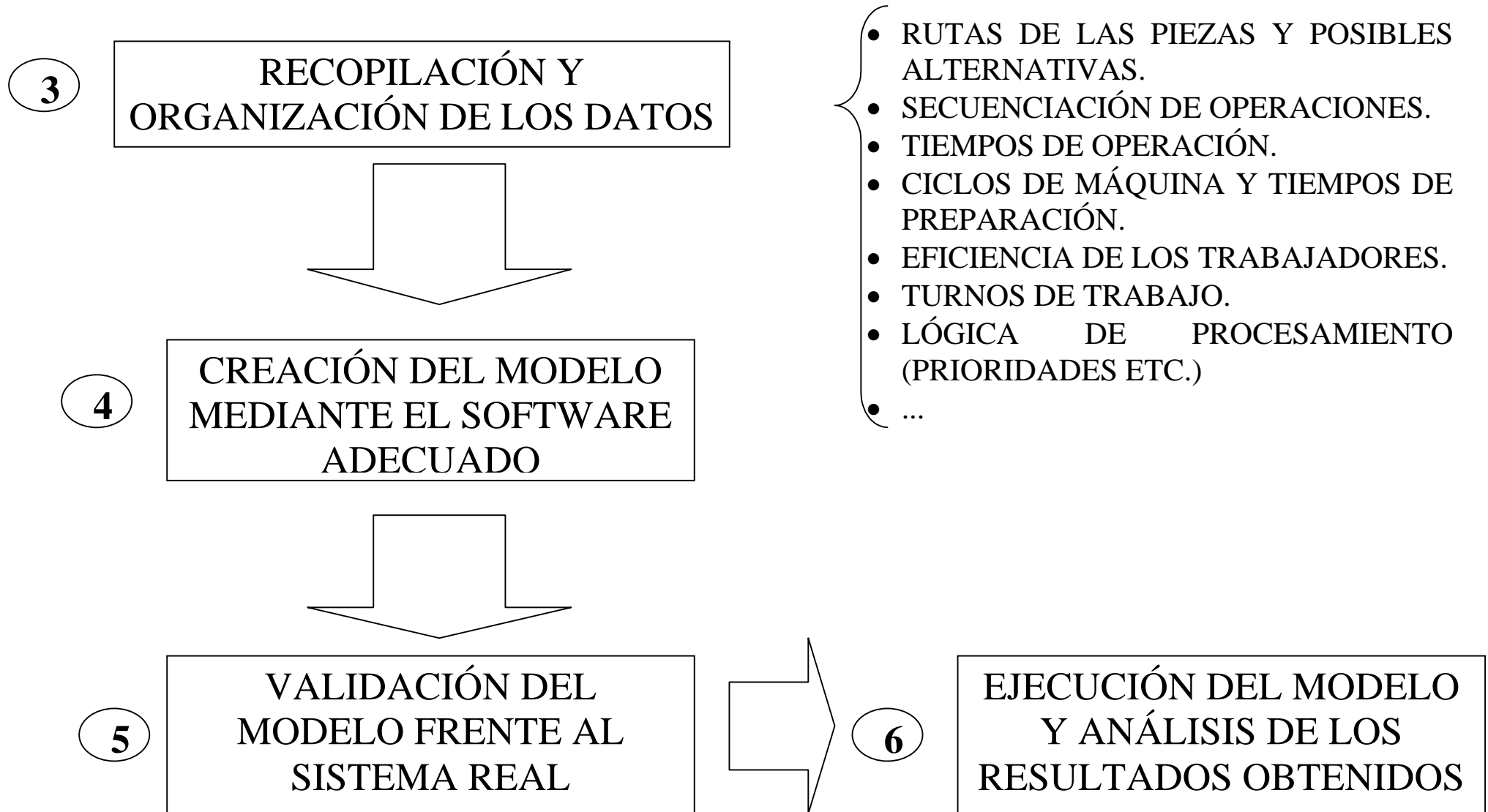
- PREGUNTAS QUE DEBEN CONTESTARSE.
- HIPÓTESIS QUE DEBEN PROBARSE.
- EFECTOS QUE SE DESEAN ESTIMAR.

2

DISEÑO Y VALIDACIÓN DE UN  
MODELO CONCEPTUAL

- LÍMITES DEL MODELO (EXTENSIÓN Y AMPLITUD DEL MISMO).
- ELEMENTOS QUE CONSTITUYEN EL MODELO (RECURSOS, MATERIA PRIMA, PRODUCTOS, ...)
- ESCENARIOS OPERACIONALES A EXAMINAR.
- REGLAS DE TRABAJO.
- CRITERIOS SOBRE EL MANEJO DE LOS RECURSOS.
- DISEÑO O LAYOUT DEL SISTEMA.

## *METODOLOGÍA DE SIMULACIÓN (2)*



**MÉTODO DE SIMULACIÓN DE MONTECARLO: EJEMPLO DE SIMULACIÓN DINÁMICA CON INCREMENTOS DE TIEMPO FIJOS.**

GESTIÓN DE LOS PEDIDOS A PROVEEDORES EN UN NEGOCIO DE VENTA DE LECHE

- ESTUDIO DE LA DEMANDA EN LOS ÚLTIMOS 100 DÍAS:

<b>Demanda (Unidades del producto)</b>	<b>Punto medio</b>	<b>Frecuencia</b>
20-24	22	0.05
25-29	27	0.10
30-34	32	0.20
35-39	37	0.30
40-44	42	0.20
45-49	47	0.10
50-54	52	0.05

- VENTA MEDIA DIARIA:

$$\begin{aligned} \text{VENTA MEDIA} &= 0.05 \cdot (22) + 0.10 \cdot (27) + 0.20 \cdot (32) + 0.30 \cdot (37) + \\ &+ 0.20 \cdot (42) + 0.10 \cdot (47) + 0.05 \cdot (52) = \mathbf{37} \end{aligned}$$



DOS REGLAS DE DECISIÓN POSIBLES:

**REGLA 1:** PEDIR UN NÚMERO DE UNIDADES DE LECHE IGUAL A LA DEMANDA DEL DÍA ANTERIOR

**REGLA 2:** PEDIR UNA CANTIDAD FIJA (37 UNIDADES) SIN TENER EN CUENTA LA DEMANDA DEL DÍA ANTERIOR.

SE SIMULARÁ LA DEMANDA PARA LOS PRÓXIMOS 15 DÍAS, Y SE CALCULARÁN LOS BENEFICIOS DERIVADOS DE LA ADOPCIÓN DE CADA UNA DE LAS ALTERNATIVAS. SE ELEGIRÁ LA REGLA DE DECISIÓN QUE DE MAYORES BENEFICIOS

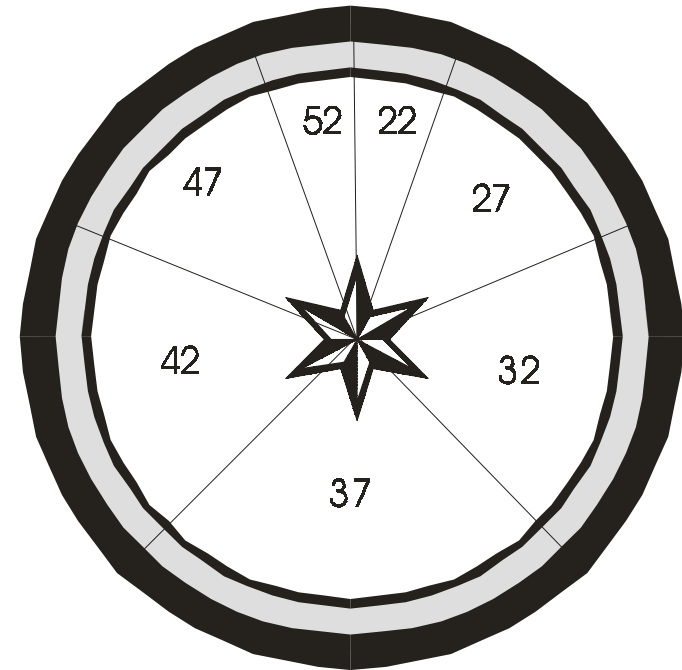
PRECIO DE VENTA = 50 u.m./unidad

PRECIO DE COMPRA = 25 u.m./unidad

## MÉTODO DE MONTECARLO DE SIMULACIÓN

### ASIGNACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

Punto medio de la demanda	Frecuencia	Números aleatorios
22	0.05	00 - 04
27	0.10	05 - 14
32	0.20	15 - 34
37	0.30	35 - 64
42	0.20	65 - 84
47	0.10	85 - 94
52	0.05	95 - 99



### UTILIZACIÓN DE UNA TABLA DE NÚMEROS ALEATORIOS

Día	Número aleatorio	Demanda	REGLA 1		REGLA 2	
			Cantidad ordenada	Ventas	Cantidad ordenada	Ventas
0		37				
1	27	32	37	32	37	32
2	43	37	32	32	37	37
3	85	47	37	37	37	37
4	88	47	47	47	37	37
5	29	32	47	32	37	32
6	69	42	32	32	37	37
7	94	47	42	42	37	37
8	84	37	47	37	37	37
9	32	32	37	32	37	32
10	48	37	32	32	37	37
11	13	27	37	27	37	27
12	14	27	27	27	37	27
13	54	37	27	27	37	37
14	15	32	37	32	37	37
15	47	37	32	32	37	37
		587	550	500	555	515

Regla 1: Beneficio =  $50(500) - 25(550) = 11.250$  u.m.

Regla 2: Beneficio =  $50(515) - 25(555) = 11.875$  u.m.

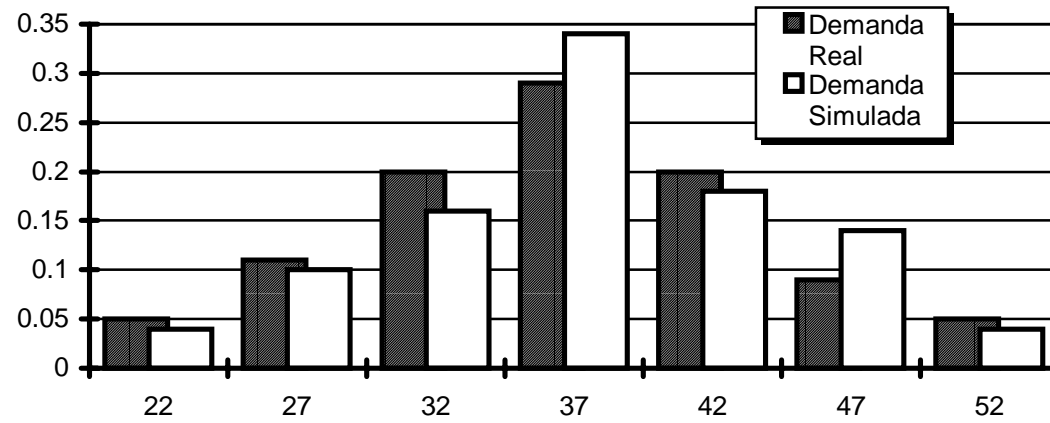


Figura 8. Lechería: demanda real versus demanda simulada.

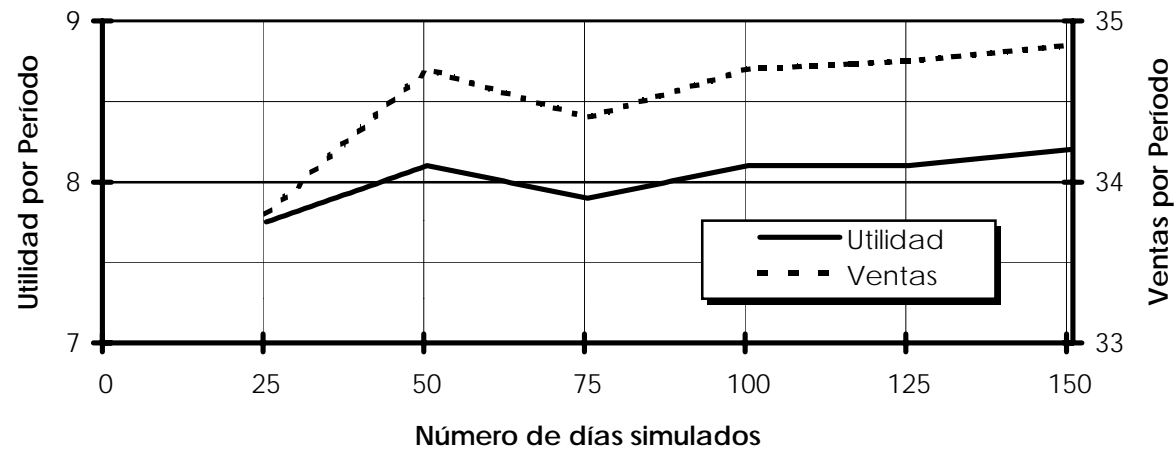


Figura 9. Resultados obtenidos versus longitud de la simulación.

## RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DE 100 DÍAS

	REGLA 1	REGLA 2
Beneficios:	749	810
Ventas:	1.687	1.735

## VARIACIÓN EN EL PRECIO DE COMPRA

	C=20		C=30	
	Regla 1	Regla 2	Regla 1	Regla 2
<b>Beneficio</b>	936	995	561	625

## ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD RESPECTO A LA CANTIDAD FIJA PEDIDA

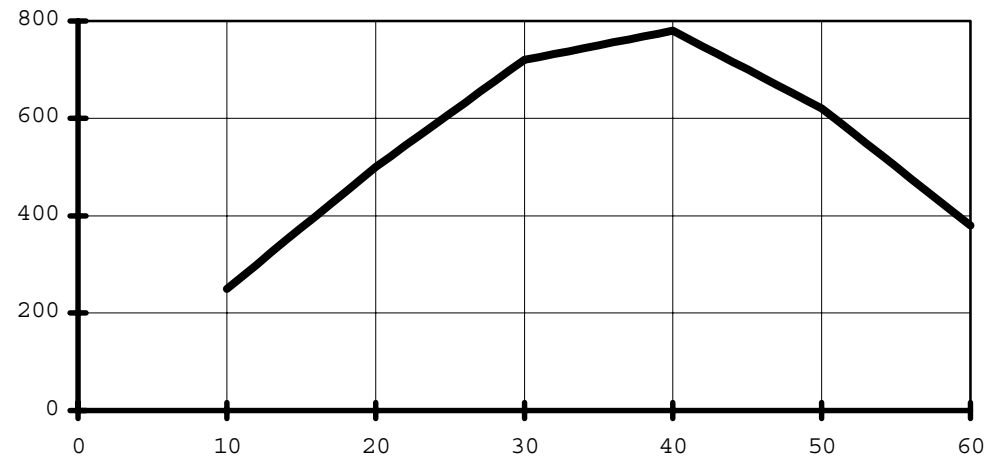


Figura 10. Análisis de sensibilidad respecto a la cantidad pedida.

## MÉTODO DE SIMULACIÓN DE MONTECARLO: EJEMPLO DE SIMULACIÓN DINÁMICA CON INCREMENTOS DE TIEMPO VARIABLES.

- PROCESO DE LLEGADA: EXPONENCIAL DE MEDIA 6 DÍAS
- TASA DE SERVICIO: CONSTANTE (5 DÍAS)

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - NA)$$

$$P(x \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

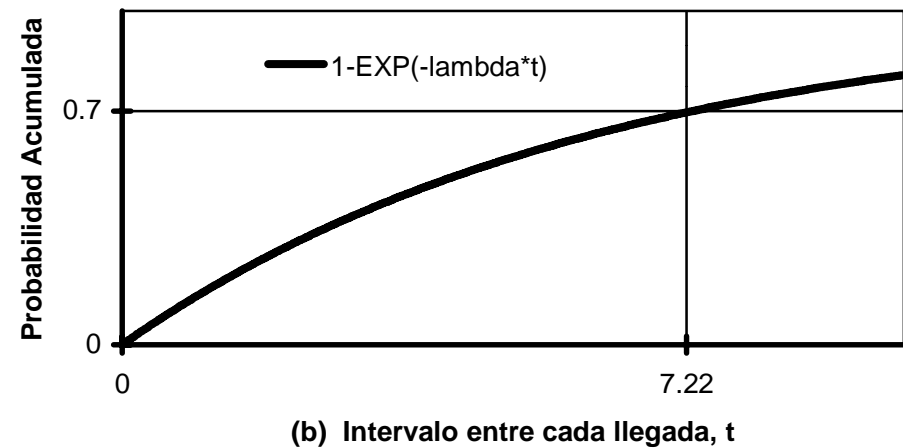
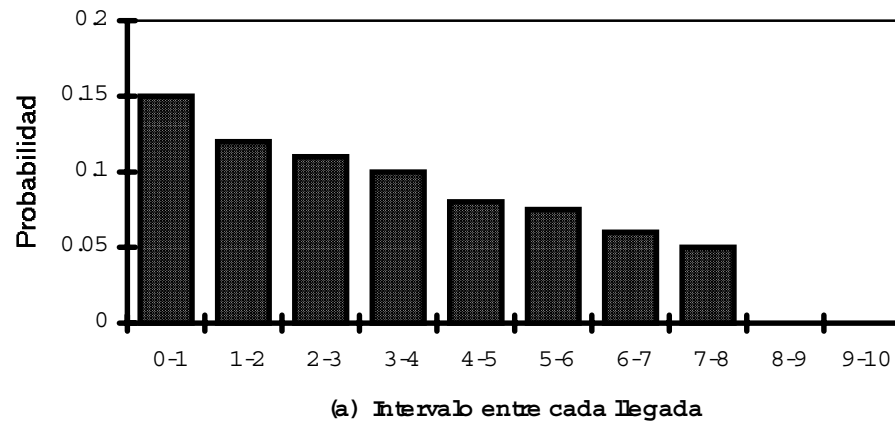


Figura 11. Distribución de los intervalos de llegada.

Nº de llegada	NA	Intervalo entre llegadas	Tiempo de llegada	Entrada al puerto	Tiempo en servicio	Salida del puerto	Tiempo de espera del barco	Tiempo de servicio ocioso
1	44	3.5	3.5	3.5	5	8.5	0	3.5
2	18	1.2	4.7	8.5	5	13.5	3.8	0
3	45	3.6	8.3	13.5	5	18.5	5.2	0
4	52	4.5	12.8	18.5	5	23.5	5.7	0
5	14	0.9	13.7	23.5	5	28.5	9.8	0
6	91	15	28.7	28.7	5	33.7	0	0.2
7	63	6	34.7	34.7	5	39.7	0	1.0
8	70	7.4	52.1	52.1	5	57.1	0	12.4
9	72	7.8	59.9	59.9	5	64.9	0	2.8
10	57	5.1	65.0	65.0	5	70.0	0	0.1
Total							24.5	20



$$TMEspera = \frac{24,5}{10} = 2,45 \text{ días}$$